

Aufgabe 1: Abweichungsrechnung – Variante 1

a) **Vollständiges Messergebnis für $m_x = f(k, T_x, T_0)$ mit $P = 99\%$:**

Gegebene Gleichung für Masse m_x :

$$m_x = \frac{k}{4\pi^2} \cdot (T_x^2 - T_0^2) \quad (1)$$

Da als Maß für die Periodendauer T_x bei belasteter Waage nur Messwerte der zugehörigen Kreisfrequenz ω_x vorliegen, wird in Gleichung (1) zweckmäßigerweise T_x durch einen von ω_x abhängigen Term ersetzt. Aus der Hilfsmittelsammlung können folgende allgemeine Zusammenhänge entnommen werden:

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad (2)$$

$$T = \frac{1}{f} \quad (3)$$

Mit Gleichungen (2) und (3) kann Gleichung (1) umgeformt werden zu:

$$m_x = \frac{k}{4\pi^2} \cdot \left(\left(\frac{2\pi}{\omega_x} \right)^2 - T_0^2 \right) \quad (4)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: k, ω_x, T_0

Die Unsicherheit der Federkonstanten k beträgt laut Hersteller $\pm 0,2\%$ vom Nennwert bei $P = 99\%$. Mit dem Nennwert von $k = 10 \text{ N/mm}$ ergibt sich daher:

$$u_k = \pm 0,002 \cdot 10 \text{ N/mm} = 0,02 \text{ N/mm}$$

$$\Rightarrow k = 10 \text{ N/mm} \pm 0,02 \text{ N/mm}; P = 99\%$$

Oder in SI-Basiseinheiten:

$$k = 10000 \text{ N/m} \pm 20 \text{ N/m}; P = 99\%$$

Umrechnung der Periodendauer T_0 bei unbelasteter Waage von $P = 90\%$ auf $P = 99\%$:

$$\text{allgemein: } u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit $n = 20$ folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{19;0,995} = 2,861$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{19;0,95} = 1,729$$

$$\Rightarrow u_{T_0;99\%} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s} \cdot \frac{2,861}{1,729} \approx 8,274 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$T_0 = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ s} \pm 8,274 \cdot 10^{-5} \text{ s}; P = 99\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der gemessenen Kreisfrequenz ω_x bei belasteter Waage aus der gegebenen Messreihe:

$$\text{Mittelwert: } \bar{\omega}_x = 117 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{Streuung: } S_{\omega_x} \approx 0,2082 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{Vertrauensbereich: } u_{\omega_x} = \frac{S_{\omega_x}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

$$\text{mit: } n = 7$$

$$\alpha = 0,01$$

folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{6;0,995} = 3,707$$

$$\Rightarrow u_{\omega_x} = \frac{0,2082 \text{ s}^{-1}}{\sqrt{7}} \cdot 3,707 \approx 0,2917 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_x = 117 \text{ s}^{-1} \pm 0,2917 \text{ s}^{-1}; P = 99\%$$

Berechnung des Mittelwertes \bar{m}_x :

$$\bar{m}_x = \frac{\bar{k}}{4\pi^2} \cdot \left(\left(\frac{2\pi}{\bar{\omega}_x} \right)^2 - \bar{T}_0^2 \right) = \frac{10000 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{4\pi^2} \cdot \left(\left(\frac{2\pi}{117 \text{ s}^{-1}} \right)^2 - (3,5 \cdot 10^{-2} \text{ s})^2 \right) \approx 0,4202 \text{ kg} = 420,2 \text{ g}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial m_x}{\partial k} \right|_{\bar{k}, \bar{\omega}_x, \bar{T}_0} = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \left(\left(\frac{2\pi}{\bar{\omega}_x} \right)^2 - \bar{T}_0^2 \right) = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \left(\left(\frac{2\pi}{117 \text{ s}^{-1}} \right)^2 - (3,5 \cdot 10^{-2} \text{ s})^2 \right) \approx 4,202 \cdot 10^{-5} \text{ s}^2$$

$$\left. \frac{\partial m_x}{\partial \omega_x} \right|_{\bar{k}, \bar{\omega}_x, \bar{T}_0} = -\frac{2\bar{k}}{\bar{\omega}_x^3} = \frac{2 \cdot 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{(117 \text{ s}^{-1})^3} \approx -0,01249 \text{ kg} \cdot \text{s}$$

$$\left. \frac{\partial m_x}{\partial T_0} \right|_{\bar{k}, \bar{\omega}_x, \bar{T}_0} = -\frac{\bar{k} \cdot \bar{T}_0}{2\pi^2} = -\frac{10000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}}{2\pi^2} \approx -17,7312 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Vertrauensbereich u_{m_x} :

$$u_{m_x} = \sqrt{\left(\frac{\partial m_x}{\partial k} \cdot u_k \right)^2 + \left(\frac{\partial m_x}{\partial \omega_x} \cdot u_{\omega_x} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_x}{\partial T_0} \cdot u_{T_0} \right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_{m_x} = \sqrt{(4,202 \cdot 10^{-5} \cdot 20)^2 + (-0,01249 \cdot 0,2917)^2 + (-17,7312 \cdot 8,274 \cdot 10^{-5})^2} \text{ kg}$$

$$\approx 0,004 \text{ kg} = 4,0 \text{ g}$$

Vollständiges Messergebnis der Masse m_x :

$$\mathbf{m_x = 420,2 \text{ g} \pm 4,0 \text{ g} ; \mathbf{P = 99\%}}$$

Oder in SI-Basiseinheiten:

$$\mathbf{m_x = 4,202 \cdot 10^{-1} \text{ kg} \pm 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} ; \mathbf{P = 99\%}}$$

Aufgabe 2: χ^2 -Test

a) Überprüfung auf konkrete Verteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob das Ergebnis der insgesamt $n = 96$ Würfe mit je zwei vierseitigen „Würfeln“ (W4) als zufällig anzusehen ist, ob also die beobachtete Verteilung durch eine den Randbedingungen des Versuchs entsprechende Verteilung beschrieben wird. Die Überprüfung erfolgt mittels eines χ^2 -Tests.

Die theoretischen Wahrscheinlichkeiten der neun möglichen Ergebnisklassen im Bereich zwischen 1 und 16 lassen sich aus der Betrachtung aller möglichen Kombinationen der Augenzahlen zweier W4 ermitteln. Da jeder W4 für sich betrachtet vier mögliche Ergebnisse liefern kann, existieren $4 \cdot 4 = 16$ mögliche Kombinationen. Da ein idealer W4 zudem alle Ergebnisse mit derselben Wahrscheinlichkeit liefert (diskrete Gleichverteilung mit $p_i = 1/4$), treten die beim Wurf mit zwei W4 möglichen 16 Kombinationen mit derselben Wahrscheinlichkeit auf. Für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten der Ergebnisprodukte zwischen 1 und 16 ist nun zu ermitteln, wie viele der möglichen 16 Kombinationen jeweils zu den Ergebnisprodukten zwischen 1 und 16 führen. Dies kann z.B. durch Auszählen in einer tabellarischen Übersicht der möglichen Augenkombinationen und ihrer jeweiligen Produkte erfolgen. Der Ergebnisraum kann bei zwei W4 in Form einer 4×4 Matrix dargestellt werden.

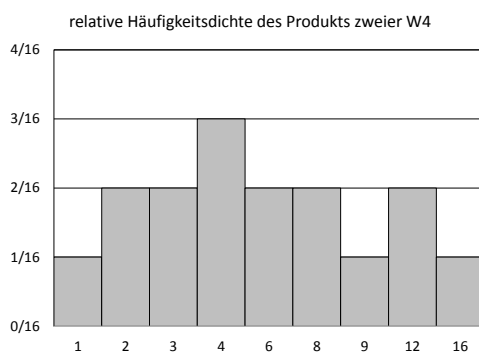
	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

Tabelle der möglichen Würfelresultate der zwei W4 und ihrer jeweiligen Produkte.

Wie zu erkennen ist, treten als mögliche Ergebnisse aus dem Bereich zwischen 1 und 16 nur die Werte 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12 und 16 auf. Die Zahlenwerte 5, 7, 10, 11, 13, 14 und 15 hingegen können nicht auftreten und werden im Folgenden somit auch nicht als Ergebnisklassen berücksichtigt.

Durch Auszählen in obiger Tabelle ergeben sich damit die folgenden Wahrscheinlichkeiten p_i für die Ergebnisklassen 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12 und 16:

- $p_1 = 1/16$
- $p_2 = 2/16$
- $p_3 = 2/16$
- $p_4 = 3/16$
- $p_6 = 2/16$
- $p_8 = 2/16$
- $p_9 = 1/16$
- $p_{12} = 2/16$
- $p_{16} = 1/16$



Die für den Test benötigten theoretischen Häufigkeiten E_i ergeben sich aus den oben ermittelten Wahrscheinlichkeiten durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang $n = 96$.

Eine Aufstellung der beobachteten Häufigkeiten B_i , der theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i sowie der theoretischen Häufigkeiten E_i sind in nachfolgender Tabelle zusammengefasst.

i	B_i	p_i	$E_i = n \cdot p_i$	B'_i	E'_i	$\frac{(B'_i - E'_i)^2}{E'_i}$
1	2	1/16	96/16 = 6	19	18	0,055
2	17	2/16	192/16 = 12			
3	9	2/16	192/16 = 12	9	12	0,75
4	14	3/16	288/16 = 18	14	18	0,88
6	18	2/16	192/16 = 12	18	12	3
8	8	2/16	192/16 = 12	8	12	1,33
9	5	1/16	96/16 = 6	5	6	0,166
12	15	2/16	192/16 = 12	15	12	0,75
16	8	1/16	96/16 = 6	8	6	0,66
Σ						7,61

Um die Bedingung zu erfüllen, dass jede Klasse sowohl der empirischen wie auch der theoretischen Verteilung eine Mindestbesetzungszahl von 5 aufweist, werden Klassen für die gilt $B_i < 5$ oder $E_i < 5$ mit der benachbarten Klasse zusammengelegt. Die Werte B'_i und E'_i für die sich durch Zusammenlegung ergebenden acht auswertbaren Klassen sind ebenfalls in obiger Tabelle eingetragen.

Mit den so ermittelten B'_i und E'_i kann dann der χ^2_0 -Wert berechnet werden:

$$\chi^2_0 \approx 7,61$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:

$r^* = 8$ (Zahl der Klassen nach Zusammenlegung)

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:

$s = 0$ (es wurden keine Parameter aus der Stichprobe abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 8 - 0 - 1 = 7$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben: $\alpha = 0,05$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi^2_{r^*-s-1; 1-\alpha} = \chi^2_{7; 0,95} = 14,1 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test: $\chi^2_0 > \chi^2_{7; 0,95}$?

hier:

$7,61 > 14,1 \quad \Rightarrow \quad$ Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

\Rightarrow Die Hypothese H_0 wird **nicht** abgelehnt!

\Rightarrow Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ kann das beobachtete Ergebnis als **zufällig** angesehen werden, da es der anhand der Randbedingungen der Versuchsdurchführung zu erwartenden Verteilung genügt.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A (Variante 5 LP):

3. Ein Hersteller von Hall-Sensoren zur Magnetfeldmessung bezieht vorgefertigte Sensorplättchen aus n-dotiertem Germanium von einem Lieferanten. Im Rahmen einer routinemäßigen Wareneingangsprüfung soll anhand einer Stichprobe sichergestellt werden, dass die Hall-Konstante A_H der gelieferten Sensorplättchen der vereinbarten Spezifikation entspricht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 15$ entnommen und die Hall-Konstante A_H der Sensorplättchen ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der Hall-Konstanten von $\bar{A}_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$ und eine Streuung von $S_{A_H} = 8,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}$. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Hall-Konstanten A_H für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ beträgt für diesen Fall ungefähr:

- a) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 6,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- b) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 5,68 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- c) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 5,60 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- d) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 4,64 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- e) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 3,82 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 95\%$ das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Hall-Konstanten auf maximal $\pm 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}$ abschätzen zu können, beträgt:

- a) $n = 20$
- b) $n = 19$
- c) $n = 17$
- d) $n = 14$
- e) $n = 12$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Sensorplättchen weisen dann eine Hall-Konstante von $4,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \leq A_H \leq 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$ auf?

- a) 90,5%
- b) 82,9%
- c) 75,3%
- d) 24,7%
- e) 17,1%

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Hall-Sensoren möchten Sie den korrekten Betrieb Ihrer Fertigung sicherstellen und entnehmen zu diesem Zweck regelmäßig Stichproben aus der laufenden Produktion aller Fertigungslinien. Für einen stark nachgefragten Typ von Hall-Sensoren betreiben Sie zwei voneinander unabhängige Fertigungslinien A und B. Aufgrund eines Anfangsverdachts möchten Sie anhand der entnommenen Stichproben untersuchen, ob der Erwartungswert μ_A der Empfindlichkeit der auf Linie A gefertigten Hall-Sensoren signifikant größer ist, als der Erwartungswert μ_B der Empfindlichkeit der auf Linie B gefertigten Hall-Sensoren.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert
 - b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
 - c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
 - d) Chi-Quadrat-Test
- (Frage typ Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese mit $\mu_A < \mu_B$
 - b) einseitige Alternativhypothese mit $\mu_A > \mu_B$
 - c) zweiseitige Alternativhypothese mit $\mu_A \neq \mu_B$
- (Frage typ Einfachwahl)

5. Anhand zweier verbundener Stichproben A und B möchten Sie einen t-Test für verbundene Stichproben durchführen. Aus den Stichproben, die jeweils einen Umfang von $n = 10$ aufweisen, haben Sie für die paarweisen Differenzen d_i einen Mittelwert von $\bar{d} = 0,7$ kg und eine Streuung von $S_d = 0,3$ kg errechnet.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) 10,43
- b) 7,38
- c) 7,0
- d) 1,36
- e) 0,74

(Frage typ Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 20
- b) 19
- c) 18
- d) 10
- e) 9

(Frage typ Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Erwartungswert anhand einer Stichprobe die Maßhaltigkeit einer Charge von Passstiften überprüfen. Der Nenndurchmesser der Passstifte beträgt $D_{\text{Nenn}} = 4$ mm. Der Stichprobenumfang beträgt $n = 20$. Ihre Nullhypothese lautet, dass der Durchmesser der Passstifte mit dem Nennwert übereinstimmt ($\mu_x = \mu_0$). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ($\mu_x \neq \mu_0$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -2,74$

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt
- (Fragetyp Einfachwahl)

7. Um die Hall-Konstante A_H eines neuen Werkstoffs zu bestimmen, haben Sie eine Messreihe vom Umfang $n = 5$ durchgeführt, bei welcher in ausgewählten Arbeitspunkten jeweils Strom und Spannung an einem Hall-Element gemessen wurden. Sie haben mittels linearer Regression und unter Berücksichtigung von magnetischer Flussdichte und Dicke des Hall-Elements bereits in Form des Regressionskoeffizienten b den besten Schätzwert der Hall-Konstanten zu $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$ ermittelt. Um ein Konfidenzintervall hierzu angeben zu können, muss noch die zugehörige Unsicherheit berechnet werden. Hierzu liegen Ihnen folgende Daten vor: Die berechnete Restvarianz beträgt $\hat{\sigma}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2$, die Streuung der x -Werte beträgt $S_x = 400 \text{ C} \cdot \text{V}/\text{m}^3$, das gewählte Signifikanzniveau beträgt $\alpha = 0,05$.

7.1. Ausgehend von obigen Randbedingungen lautet das vollständige Messergebnis der Hall-Konstanten A_H etwa:

- a) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 4,20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- b) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 1,59 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- c) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 1,18 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- d) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 7,12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- e) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 5,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- (Fragetyp Einfachwahl)

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B (Variante 5 LP):

8. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um intensive Größen handelt!

- a) Temperatur
- b) Dichte
- c) dynamische Viskosität
- d) Brechungsindex
- e) Geschwindigkeit
- f) Impuls
- g) molare Masse
- h) Enthalpie

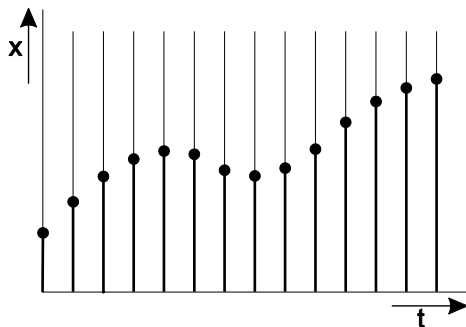
(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a) $1 \text{ TW} = 10^3 \text{ GW}$
- b) $10^3 \text{ cm}^3 + 1 \text{ dm}^3 = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$
- c) $100 \text{ hPa} + 1 \text{ kPa} = 1010 \text{ Pa}$
- d) $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$
- e) $100 \mu\text{s} + 20 \text{ ms} = 2,01 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

(Fragetyp Mehrfachwahl)

10. Geben Sie an, von welcher Art das nachfolgend abgebildete Signal hinsichtlich seines Verhaltens in Zeit- sowie in Amplitudenrichtung ist!



- a) amplitudenkontinuierlich und zeitkontinuierlich
- b) amplitudendiskret und zeitkontinuierlich
- c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret
- d) amplitudendiskret und zeitdiskret

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T und dem Übertragungsfaktor $K=1$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von 10 V auf -10 V beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer $t = T$ am Ausgang etwa anliegen?

- a) $6,3\text{ V}$
- b) $3,7\text{ V}$
- c) $2,6\text{ V}$
- d) $-2,6\text{ V}$
- e) $-6,3\text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung unterhalb des zweiten Perzentils liegen!

- a) 2%
- b) 20%
- c) 40%
- d) 50%
- e) $66,6\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 20 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $95 \leq \mu \leq 105$ bei $P = 99\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen durchgeführt werden müssten, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $98 \leq \mu \leq 102$ zu reduzieren!

- a) 50
- b) 100
- c) 125
- d) 180
- e) 200

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Sie beobachten einen Fertigungsprozess, auf den eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt. Durch welche statistische Verteilung lässt sich aller Wahrscheinlichkeit nach die Gesamtabweichung des Prozesses in guter Näherung beschreiben?

- a) Gleichverteilung
- b) Binomialverteilung
- c) Hypergeometrische Verteilung
- d) Normalverteilung
- e) Poissonverteilung

(Fragetyp Einfachwahl)

15. Ein analoges Spannungssignal im Bereich von -24 V bis 24 V soll so digitalisiert werden, dass der maximale Quantisierungsfehler 2 mV beträgt. Geben Sie an, mit wie viel Bit der A/D-Umsetzer mindestens arbeiten muss!

- a) 14 Bit
- b) 15 Bit
- c) 24 Bit
- d) 25 Bit
- e) 26 Bit

(Fragetyp Einfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über Massenmessgeräte zutreffend sind!

- a) Die Messung einer Masse wird meist auf eine Kraftmessung zurückgeführt, da Masse und die durch die Masse ausgeübte Kraft über die Erdbeschleunigung miteinander verknüpft sind.
- b) Die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung wird hauptsächlich durch die nichtideale Kugelform der Erde verursacht.
- c) Um die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung zu berücksichtigen, ist Deutschland in 3 Gebrauchszonen mit unterschiedlicher Erdbeschleunigung unterteilt.
- d) Im Unterschied zum *Wägewert* wird beim *konventionellen Wägewert* der Einfluss des Auftriebs im umgebenden Medium berücksichtigt.
- e) Während *Wägen* das Feststellen einer unbekannt Masse bezeichnet, bezeichnet man mit *Abwägen* das Herstellen einer bestimmten Masse.

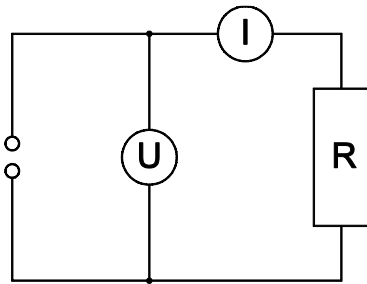
(Fragetyp Mehrfachwahl)

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich Handmessmitteln zutreffend sind!

- a) Der Messschieber ist robust gegenüber dem Auftreten des Abbe-Fehlers, da bei ihm im Regelfall Antast- und Messlinie fluchten.
- b) Der Nonius eines Messschiebers stellt eine Hilfsteilung dar, welche dazu dient, bei der Ablesung das Auftreten von Parallaxeneffekten zu vermindern.
- c) Bei einer Bügelmessschraube stellt in der Regel eine Rutschkupplung eine bei allen Messungen gleiche Antastkraft sicher.
- d) Bei der Messuhr wird die Auslenkung des Messbolzens über ein Präzisionsgetriebe in eine Zeigerdrehung gewandelt.
- e) Bei der Längenmessung mittels eines Maßstabes handelt es sich um eine direkte Messmethode im weiteren Sinne.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über die nachfolgend abgebildete Schaltung zutreffend sind!



- a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Spannungsfehlerschaltung zur indirekten Widerstandsmessung.
- b) Die indirekte Widerstandsmessung basiert auf der Anwendung des Ohmschen Gesetzes.
- c) Die Schaltung ist für die Messung kleiner Widerstände besser geeignet als für die Messung großer Widerstände.
- d) Die systematische Messabweichung der Schaltung würde zu Null werden, wenn das verwendete Spannungsmessgerät einen unendlich hohen Innenwiderstand aufweisen würde.
- f) Bei bekannten Innenwiderständen von Strom- und Spannungsmessgerät kann der korrekte Widerstandswert von R mittels einer Korrekturformel ermittelt werden.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Kurzfragen (Variante 5 LP):

19. Grenzen Sie die Begriffe *Messwert* und *Messergebnis* gegeneinander ab!

Der *Messwert* ist das Ergebnis einer einzelnen Messung, er besteht aus dem Zahlenwert und der Einheit. Das *Messergebnis* hingegen wird im Allgemeinen durch eine Berechnung ermittelt und setzt sich zusammen aus einer Schätzung des Wertes der Messgröße und einer Schätzung der Unsicherheit dieser Messung.

20. Erläutern Sie, wodurch sich intervallskalierte Daten und verhältnisskalierte Daten unterscheiden! Nennen Sie für beide Datentypen je ein Beispiel!

Bei einer Verhältnisskala existiert im Unterschied zur Intervallskala ein absoluter Nullpunkt.

Beispiel Intervallskala: Temperatur in °C

Beispiel Verhältnisskala: Temperatur in K

21. Sie möchten die Gehaltsverteilung von Ingenieuren mittels eines Lageparameters charakterisieren. Geben Sie an, welchen wesentlichen Vorteil hierbei der Medianwert gegenüber dem arithmetischen Mittelwert aufweist!

Der Medianwert ist robuster gegen Ausreißer als der Mittelwert.

22. Geben Sie an, welcher Zusammenhang bei poissonverteilten Daten zwischen Erwartungswert μ und Varianz σ^2 besteht!

$$\mu = \sigma^2$$

23. Bei der Durchführung eines statistischen Tests stellen Sie fest, dass wiederholt der Fall eintritt, dass die Nullhypothese infolge des Testresultats abgelehnt wird, obwohl weiterführende Untersuchungen zeigen, dass die Nullhypothese tatsächlich zutrifft. Wie würden Sie das Signifikanzniveau α des Tests verändern, um die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer derartigen Fehlentscheidung zu reduzieren? Begründen Sie Ihre Antwort!

Bei der beschriebenen Fehlentscheidung handelt es sich um eine Fehlentscheidung 1. Art (Ablehnung der Nullhypothese obwohl diese zutrifft). Die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlentscheidung 1. Art wird gerade durch das Signifikanzniveau α angegeben. Um die Wahrscheinlichkeit dieser Fehlentscheidung zu reduzieren, muss also das Signifikanzniveau α verringert werden (kleinerer Zahlenwert).

24. Sie planen, ein Musiksignal zu digitalisieren und hierfür einen A/D-Umsetzer mit einer Abtastfrequenz von 44,1 kHz zu verwenden. Sie wissen, dass in dem analogen Musiksignal Frequenzanteile bis hinauf zu 50 kHz enthalten sind, deren Amplitude nicht vernachlässigbar ist. Ihnen ist bewusst, dass für diese hohen Frequenzanteile das Abtasttheorem nach Shannon verletzt wird. Ihr Kommilitone schlägt vor, die A/D-Umsetzung dennoch wie geplant vorzunehmen und argumentiert, dass Frequenzen von über 20 kHz für den Menschen ohnehin nicht hörbar seien und es daher keine Rolle spiele, wenn diese nicht korrekt digitalisiert werden. Geben Sie an, ob Sie dieser Argumentation folgen würden oder nicht! Begründen Sie Ihre Antwort!

Diese Argumentation ist nicht sinnvoll, da es bei Verletzung des Abtasttheorems zu Aliasing-Fehlern kommt, die dazu führen, dass die hohen, unterabgetasteten Frequenzen

in den hörbaren Teil des Frequenzspektrums gefaltet werden und somit als Störsignale hörbar in Erscheinung treten.

- 25. Bei der Messung ohmscher Widerstände kann der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen durch Verwendung einer Vierleiterschaltung reduziert werden, bei welcher ein Spannungsmessgerät mittels zusätzlicher Messleitungen direkt am Widerstand angeschlossen wird. Erläutern Sie, weshalb hierdurch selbst dann der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen reduziert werden kann, wenn die zusätzlichen Messleitungen denselben Widerstand aufweisen, wie die eigentlichen Zuleitungen des Widerstandes!**

Entscheidend ist nicht der Widerstand der jeweiligen Leitungen, sondern der Spannungsabfall über den Leitungen. Durch die eigentlichen Zuleitungen des Widerstandes fließt in der Regel ein nicht vernachlässigbarer Strom, weshalb über den widerstandsbehafteten Zuleitungen eine entsprechende Spannung abfällt, welche bei einer klassischen Zweileiterschaltung vom Spannungsmessgerät mit erfasst würde. Durch die separaten Messleitungen fließt hingegen aufgrund des hohen Innenwiderstands des Spannungsmessgeräts ein nur vernachlässigbarer Strom, weshalb über den widerstandsbehafteten Messleitungen auch nur eine vernachlässigbare Spannung abfällt.

- 26. Skizzieren Sie den Aufbau eines Thermoelements und erläutern Sie dessen Wirkungsweise!**

Bei Thermoelementen werden zwei unterschiedliche Metalldrähte A und B verbunden und die Verbindungsstelle mit dem Messobjekt in Kontakt gebracht (Temperatur T_2). Die offenen Enden werden an die Messleitungen (meist Kupfer) angeschlossen und liegen auf der Referenztemperatur T_0 . Eine Temperaturdifferenz zwischen T_0 und T_2 bewirkt durch den Seebeck-Effekt eine elektrische Spannung.

