

**Aufgabe 1: Abweichungsrechnung**

a) **Vollständiges Messergebnis für  $\eta = f(M, H, R_i, R_a, \omega)$  mit  $P = 98\%$ :**

Die gegebene Gleichung kann direkt in der vorliegenden Form verwendet werden:

$$\eta = \frac{M}{4\pi \cdot H \cdot \omega} \cdot \left( \frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_a^2} \right)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen:  $M, R_a, \omega$

Als exakt anzusehende Einflussgrößen:  $R_i, H$

Gegebenen Radius  $R_a$  in SI-Basiseinheiten und von  $P = 99\%$  auf  $P = 98\%$  umrechnen:

allgemein:

$$u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit sehr großem  $n$  folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{\infty;0,99} = 2,326$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{\infty;0,995} = 2,576$$

$$\Rightarrow u_{R_a;98\%} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \frac{2,326}{2,576} \approx 4,5148 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$R_a = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \pm 4,5148 \cdot 10^{-5} \text{ m}; P = 98\%$$

Gegebenen Radius  $R_i$  in SI-Basiseinheiten umrechnen:

$$\text{Gegeben: } R_i = 50 \text{ mm}; P = 98\%$$

$$\Rightarrow R_i = 0,05 \text{ m}; P = 98\%$$

Gegebene Höhe  $H$  in SI-Basiseinheiten umrechnen:

$$\text{Gegeben: } H = 100 \text{ mm}; P = 98\%$$

$$\Rightarrow H = 0,1 \text{ m}; P = 98\%$$

Für  $\omega$  angegebene relative Messunsicherheit in Absolutwert umrechnen:

$$\text{Gegeben: Anzeigewert: } \omega = 20\pi \frac{1}{\text{s}}$$

Unsicherheit: 0,5% vom Anzeigewert bei  $P = 98\%$

$$\Rightarrow u_{\omega} = 0,005 \cdot 20\pi \frac{1}{s} = 0,1\pi \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \omega = 20\pi \frac{1}{s} \pm 0,1\pi \frac{1}{s} \left( \approx 62,8319 \frac{1}{s} \pm 0,3142 \frac{1}{s} \right); P = 98\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses des Moments  $M$  aus der gegebenen Messreihe:

Mittelwert:  $\bar{M} = 44,357 \text{ Ncm} = 0,44357 \text{ Nm}$

Streuung:  $S_M \approx 0,51908 \text{ Ncm} = 5,1908 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$

Vertrauensbereich:

$$u_M = \frac{S_M}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

mit:  $n = 9$

$\alpha = 0,02$

folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{8;0,99} = 2,896$$

$$u_M = \frac{5,1908 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}{\sqrt{9}} \cdot 2,896 \approx 5,01085 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$

$$M = 0,44357 \text{ Nm} \pm 5,01085 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}; P = 98\%$$

Berechnung des Mittelwertes  $\bar{\eta}$ :

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{M}}{4\pi \cdot H \cdot \bar{\omega}} \cdot \left( \frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{\bar{R}_a^2} \right) = \frac{0,44357 \text{ Nm} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 20\pi} \cdot \left( \frac{1}{(0,05 \text{ m})^2} - \frac{1}{(0,055 \text{ m})^2} \right) \approx 0,39 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial M} \right|_{\bar{M}, \bar{R}_a, \bar{\omega}, R_i, H} = \frac{1}{4\pi \cdot H \cdot \bar{\omega}} \cdot \left( \frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{\bar{R}_a^2} \right) \approx 0,87923 \frac{\text{s}}{\text{m}^3}$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial R_a} \right|_{\bar{M}, \bar{R}_a, \bar{\omega}, R_i, H} = \frac{\bar{M}}{2\pi \cdot H \cdot \bar{\omega} \cdot R_a^3} \approx 67,5339 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^3}$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \omega} \right|_{\bar{M}, \bar{R}_a, \bar{\omega}, R_i, H} = -\frac{\bar{M}}{4\pi \cdot H \cdot \bar{\omega}^2} \cdot \left( \frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{\bar{R}_a^2} \right) \approx -6,20718 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$$

Vertrauensbereich  $u_\eta$ :

$$u_\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial M} \cdot u_M\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial R_a} \cdot u_{R_a}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \omega} \cdot u_\omega\right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_\eta = \sqrt{(0,87923 \cdot 5,01085 \cdot 10^{-3})^2 + (67,5339 \cdot 4,5148 \cdot 10^{-5})^2 + (-6,20718 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1\pi)^2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$u_\eta \approx 5,702 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Vollständiges Messergebnis für die dynamische Viskosität  $\eta$ :

$$\eta = 0,39 \text{ Pa}\cdot\text{s} \pm 5,702 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}; \text{ P} = 98\%$$

oder

$$\eta = 390 \text{ mPa}\cdot\text{s} \pm 5,702 \text{ mPa}\cdot\text{s}; \text{ P} = 98\%$$

## Aufgabe 2: $\chi^2$ -Test

### a) Überprüfung auf Pareto-Verteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,1$ :

Es soll überprüft werden, ob die von Ihnen aus der Kundendatenbank entnommenen Werte der Anzahl von Großkunden in Abhängigkeit des erzielten Umsatzes auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,1$  einer Pareto-Verteilung mit den Parametern  $x_{min} = 10^6$  und  $k = 1,3$  genügt. Die Kundendaten wurden bereits in Klassen eingeteilt, wobei mit Ausnahme der letzten, nach oben offenen Klasse die Klassenbreite eine Million € beträgt.

Zur Bestimmung der theoretischen Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  kann die als geschlossene Funktion beschreibbare und in der Aufgabenstellung gegebene Wahrscheinlichkeitsfunktion  $P(x)$  der Pareto-Verteilung genutzt werden. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion  $P(x)$  lautet:

$$P(x) = 1 - \left(\frac{x_{min}}{x}\right)^k$$

Hierin ist  $x_{min}$  die Untergrenze des Definitionsbereichs der Verteilung, welche sich im vorliegenden Fall aus der gewählten Großkundendefinition (Umsatz  $\geq 1$  Million €) zu  $x_{min} = 1 \cdot 10^6$  ergibt. Der Parameter  $k$ , welcher die Form der Verteilung bestimmt, beträgt laut Aufgabenstellung  $k = 1,3$ . Die Größe  $x$  bezeichnet die unabhängige Variable, im vorliegenden Fall den Umsatz in € pro Kunde.

Hinweis: Die in der Aufgabenstellung ebenfalls angegebene Dichtefunktion  $h(x)$  wird zur Lösung der Aufgabe nicht benötigt.

Eine Betrachtung der empirischen Häufigkeiten  $B_i$  zeigt zunächst, dass Klassen existieren, die nicht die geforderte Mindestbesetzungszahl von  $B_i \geq 5$  aufweisen. Es werden daher, wie aus nachfolgender Tabelle zu ersehen, die Klassen (6; 7] und (7; 8] zusammengefasst, wodurch die für die weiteren Berechnungen maßgeblichen beobachteten Häufigkeiten  $B'_i$  entstehen. (Anmerkung: Andere Zusammenlegungen wären zur Erfüllung der Bedingung  $B_i \geq 5$  grundsätzlich denkbar, würden jedoch die Zahl der auswertbaren Klassen stärker als notwendig reduzieren.)

Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten  $p_i$ , also der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis innerhalb einer Klasse, müssen zunächst die Wahrscheinlichkeiten  $P(x_i)$ , also die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis im Intervall  $x_{min}$  bis  $x_i$ , bestimmt werden. Diese Wahrscheinlichkeiten  $P(x_i)$  können direkt aus der gegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion  $P(x)$  der Pareto-Verteilung berechnet werden.

Für die erste Klasse, entsprechend einem Umsatz von 1 bis 2 Millionen €, lautet die Berechnung des zugehörigen Funktionswertes  $P(x_i)$  beispielsweise:

$$P(x_i = 2 \cdot 10^6) = 1 - \left(\frac{1 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6}\right)^{1,3} \approx 0,5939$$

Als maßgeblicher  $x$ -Wert wird also die Klassenobergrenze von 2 Millionen € (= 2.000.000 € =  $2 \cdot 10^6$  €) eingesetzt. Weiterhin fließen die Parameter  $x_{min} = 1 \cdot 10^6$  und  $k = 1,3$  der zu

testenden Verteilung in die Berechnung ein. Die analog hierzu berechneten  $P(x_i)$ -Werte der weiteren Klassen sind, jeweils auf vier Nachkommastellen gerundet, in nachfolgender Tabelle aufgeführt. Für die nach oben offene Klasse  $]8; \infty)$  ergibt sich ohne weitere Rechnung  $P(\infty) = 1$ .

Die Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  werden durch Differenzbildung der  $P(x_i)$ -Werte jeweils aufeinander folgender Klassen berechnet und sind ebenfalls in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Die theoretischen Häufigkeiten  $E'_i$  entstehen aus den Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang von  $n = 214$ . Eine Betrachtung von  $E'_i$  zeigt, dass keine weitere Zusammenlegung von Klassen erforderlich ist.

Umsatz / Millionen €	Klassen- obergrenze / Millionen €	$B_i$	$B'_i$	$P(x_i)$	$p_i$	$E'_i = n \cdot p_i$	$\frac{(B'_i - E'_i)^2}{E'_i}$
1 bis 2	2	138	138	0,5939	0,5939	127,0946	0,9357
> 2 bis 3	3	29	29	0,7603	0,1664	35,6096	1,2268
> 3 bis 4	4	19	19	0,8351	0,0748	16,0072	0,5596
> 4 bis 5	5	6	6	0,8766	0,0415	8,8810	0,9346
> 5 bis 6	6	6	6	0,9026	0,0260	5,5640	0,0342
> 6 bis 7	7	4	6	0,9330	0,0304	6,5056	0,0393
> 7 bis 8	8	2					
> 8	$\infty$	10	10	1	0,0670	14,3380	1,3125
						$\chi_0^2$	<b>5,0427</b>

Gemäß obiger Tabelle ergibt sich der  $\chi_0^2$ -Wert zu:

$$\chi_0^2 \approx 5,0427$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:

$r^* = 7$  (Zahl der Klassen nach Zusammenlegung)

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:

$s = 0$  (der Parameter  $x_{min} = 1 \cdot 10^6$  ergibt sich definitionsgemäß aus dem Kriterium für „Großkunde“, der Parameter  $k = 1,3$  basiert laut Aufgabenstellung auf Vorerfahrungen; keiner der Parameter wurde also anhand der vorliegenden Daten abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 7 - 0 - 1 = 6$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben:  $\alpha = 0,1$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi_{r^*-s-1;1-\alpha}^2 = \chi_{6;0,9}^2 = 10,6 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test:  $\chi_0^2 > \chi_{6;0,9}^2$  ?

hier:

$5,0427 > 10,6 \quad \Rightarrow \quad$  Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

$\Rightarrow$  Die Hypothese  $H_0$  wird **nicht** abgelehnt!

$\Rightarrow$  Auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,1$  genügt die beobachtete Verteilung einer Pareto-Verteilung mit den Parametern  $x_{min} = 1 \cdot 10^6$  und  $k = 1,3$ .

### **Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:**

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

---

### **Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:**

3. Bei einem Hersteller von Schmierstoffen werden im Rahmen einer Warenausgangsprüfung Getriebeöle hinsichtlich ihrer dynamischen Viskosität untersucht. Hierzu wird aus den produzierten Gebinden eine Stichprobe vom Umfang  $n = 20$  entnommen und die mittlere dynamische Viskosität  $\eta$  mittels eines Rotationsviskosimeters experimentell ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der dynamischen Viskosität von  $\bar{\eta} = 697 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  und eine Streuung von  $S_{\eta} = 5 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ . Die Standardabweichung  $\sigma$  sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der dynamischen Viskosität  $\eta$  für eine Aussagewahrscheinlichkeit von  $P = 98\%$  beträgt für diesen Fall ungefähr:

- a)  $\eta = 697 \text{ mPa}\cdot\text{s} \pm 2,24 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  ;  $P = 98\%$
- b)  $\eta = 697 \text{ mPa}\cdot\text{s} \pm 2,30 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  ;  $P = 98\%$
- c)  $\eta = 697 \text{ mPa}\cdot\text{s} \pm 2,47 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  ;  $P = 98\%$
- d)  $\eta = 697 \text{ mPa}\cdot\text{s} \pm 2,60 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  ;  $P = 98\%$
- e)  $\eta = 697 \text{ mPa}\cdot\text{s} \pm 2,84 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  ;  $P = 98\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang  $n$ , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von  $P = 95\%$  das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der dynamischen Viskosität auf maximal  $\pm 2 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  abschätzen zu können, beträgt:

- a) 29
- b) 27
- c) 25
- d) 24
- e) 19

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Öl-Gebinde weisen dann eine dynamische Viskosität auf, die innerhalb des Intervalls von  $695 \text{ mPa}\cdot\text{s} \leq \eta \leq 705 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  liegt?

- a) 29,0%
- b) 39,9%
- c) 60,1%
- d) 68,3%
- e) 71,0%

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert der dynamischen Viskosität  $\eta$  betrage  $\mu_\eta = 700 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ . Welchen Wert dürfte die Standardabweichung  $\sigma_\eta$  der dynamischen Viskosität dann maximal annehmen, damit 99% der Öl-Gebinde eine dynamische Viskosität innerhalb des Intervalls von  $695 \text{ mPa}\cdot\text{s} \leq \eta \leq 705 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  aufweisen?

- a) 1,618 mPa·s
- b) 1,747 mPa·s
- c) 1,940 mPa·s
- d) 2,149 mPa·s
- e) 3,900 mPa·s

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Zulieferer von Getrieben für die Automobilindustrie sind Sie am Einfluss der dynamischen Viskosität des verwendeten Getriebeöls auf den Wirkungsgrad der Getriebe interessiert. Konkret möchten Sie die Auswirkung zweier Getriebeöle A und B vergleichen. Sie führen daher an insgesamt 10 Getrieben unterschiedlicher Bauart eine Messung des Wirkungsgrades zunächst unter Verwendung von Öl A und anschließend unter Verwendung von Öl B durch. Auf diese Weise möchten Sie feststellen, ob – wie von Ihnen vermutet – Öl B zu einem signifikant höheren Wirkungsgrad führt, als Öl A.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
- d) F-Test für den Vergleich zweier Streuungen bei unabhängigen Stichproben

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
- b) zweiseitige Alternativhypothese

(Fragetyp Einfachwahl)



5. Anhand einer Stichprobe der dynamischen Viskosität  $\eta$  eines Schmiermittels möchten Sie einen t-Test für den Erwartungswert durchführen. Aus der erhobenen Stichprobe vom Umfang von  $n = 25$  haben Sie Mittelwert und Streuung der dynamischen Viskosität  $\eta$  ermittelt zu  $\bar{\eta} = 1,392 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  und  $S_{\eta} = 0,007 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ . Der laut Spezifikation geforderte Erwartungswert der dynamischen Viskosität beträgt  $\eta_{nenn} = 1,4 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ .

5.1. Die Testgröße  $t_0$  beträgt in diesem Fall gerundet:

- a)  $-5,71$
- b)  $-2,86$
- c)  $-0,57$
- d)  $+0,57$
- e)  $+5,71$

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad  $s$  beträgt bei diesem Test:

- a) 23
- b) 24
- c) 25
- d) 48
- e) 49
- f) 50

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte anhand zweier verbundener Stichproben die Eigenschaften zweier Sorten Getriebeöl überprüfen. Der Stichprobenumfang beträgt jeweils  $n = 12$ . Ihre Nullhypothese lautet, dass kein Unterschied zwischen beiden Sorten besteht ( $\mu_d = 0$ ). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ( $\mu_d \neq 0$ ). Sie wählen ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,1$ . Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt  $t_0 = 1,64$ .

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt

(Fragetyp Einfachwahl)

## Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um intensive Größen handelt!

- a) Dichte
- b) dynamische Viskosität
- c) Länge
- d) elektrische Ladung
- e) Volumen
- f) elektrischer Widerstand
- g) Stoffmenge
- h) Temperatur

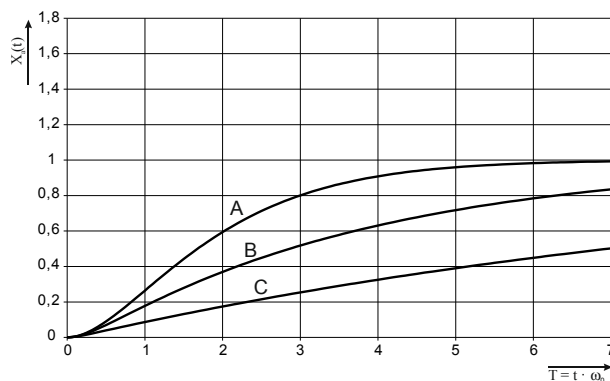
(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a)  $1 \text{ MN} - 100 \text{ kN} = 9 \cdot 10^5 \text{ N}$
- b)  $1 \text{ TW} = 1 \cdot 10^6 \text{ MW}$
- c)  $10 \text{ hPa} + 1000 \text{ Pa} = 1,1 \text{ kPa}$
- d)  $100 \mu\text{g} - 0,1 \text{ mg} = 0 \text{ g}$
- e)  $100 \text{ cm}^2 = 1 \text{ dm}^2$

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. In nachfolgender Abbildung sind die Sprungantworten dreier – mit A, B und C bezeichneter – linearer Systeme 2. Ordnung dargestellt, welche sich hinsichtlich ihrer Dämpfung  $D$  unterscheiden. Geben Sie an, welche Kombination von Dämpfungen  $D_A$ ,  $D_B$  und  $D_C$  das Verhalten der dargestellten Systeme A, B und C qualitativ am besten beschreibt!



- a)  $D_A = 3; \quad D_B = 2; \quad D_C = 1$
- b)  $D_A = 1; \quad D_B = 2; \quad D_C = 5$
- c)  $D_A = 0,3; \quad D_B = 1; \quad D_C = 3$
- d)  $D_A = 0,1; \quad D_B = 0,3; \quad D_C = 0,5$

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten  $T$  und dem Übertragungsfaktor  $K = 4$  werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von  $+5\text{ V}$  auf  $-10\text{ V}$  beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer  $t = T$  am Ausgang ungefähr anliegen?

- a)  $-4,45\text{ V}$
- b)  $-17,8\text{ V}$
- c)  $-22,2\text{ V}$
- d)  $-32,6\text{ V}$
- e)  $-37,8\text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 15 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu  $6 \leq \mu \leq 18$  bei  $P = 98\%$  bestimmt. Die Standardabweichung  $\sigma$  sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf  $9 \leq \mu \leq 15$  zu reduzieren!

- a) 22
- b) 30
- c) 35
- d) 45
- e) 60

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Bei dem Abtasttheorem nach Shannon handelt es sich hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um ein

- a) hinreichendes und notwendiges Kriterium.
- b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium.
- c) nicht hinreichendes aber notwendiges Kriterium.
- d) nicht hinreichendes und nicht notwendiges Kriterium.

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Bei der taktilen Antastung eines Messobjekts mittels eines Koordinatenmessgeräts kommt es infolge von Temperaturschwankungen im Messraum zu einer thermischen Längenänderung der Maßstäbe der inkrementalen Wegmesssysteme. Geben Sie an, um welche Art von Störeinfluss es sich handelt!

- a) superponierender äußerer Störeinfluss
- b) deformierender äußerer Störeinfluss
- c) innerer Störeinfluss
- d) Rückwirkung des Messvorgangs auf die Messgröße
- e) Repräsentativitätsfehler

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Ein analoges Spannungssignal im Bereich von  $-24\text{ V}$  bis  $+24\text{ V}$  soll so digitalisiert werden, dass der maximale Quantisierungsfehler  $500\ \mu\text{V}$  beträgt. Geben Sie an, mit wie viel Bit der A/D-Umsetzer mindestens arbeiten muss!

- a) 16 Bit
- b) 17 Bit
- c) 18 Bit
- d) 19 Bit
- e) 20 Bit

*(Fragetyp Einfachwahl)*

15. Sie untersuchen anhand empirischer Daten die Studiendauer im Bachelorstudiengang Maschinenbau. Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median der Studiendauer beträgt 7,8 Semester; der Modalwert der Studiendauer beträgt 8 Semester; der arithmetische Mittelwert der Studiendauer beträgt 8,3 Semester; der Quartilsabstand der Studiendauer beträgt 2,8 Semester; das dritte Quartil der Studiendauer liegt bei 9,3 Semestern. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

- a) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 8,3 Semester oder mehr.
- b) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 7,8 Semester oder weniger.
- c) Ein Viertel der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 6,5 Semester oder weniger.
- d) Die meisten Studierenden benötigen für ihr Studium 8 Semester.

*(Fragetyp Mehrfachwahl)*

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich Handmessmitteln zutreffend sind!

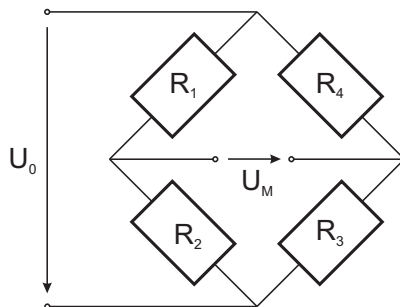
- a) Der Messschieber ist anfällig für das Auftreten eines Parallaxenfehlers, da bei ihm Antast- und Messlinie nicht fluchten.
- b) Der Nonius eines Messschiebers dient dazu, bei der Ablesung der Skala das Auftreten des Abbefehlers zu vermeiden.
- c) Bei der Bügelmessschraube stellt in der Regel eine Rutschkupplung eine bei allen Messungen gleiche Antastkraft sicher.
- d) Bei der Messuhr wird die Auslenkung des Messbolzens über ein Präzisionsgetriebe in eine Zeigerdrehung gewandelt.
- e) Bei der Längenmessung mittels eines Maßstabes handelt es sich um eine direkte Messmethode im engeren Sinne.

*(Fragetyp Mehrfachwahl)*

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über spezielle Verteilungsfunktionen zutreffend sind!

- a) Die Gaußsche Normalverteilung ist symmetrisch zum Erwartungswert  $\mu$  und ihre Wendepunkte liegen bei  $x = \mu \pm \sigma$ .
  - b) Die Gaußsche Normalverteilung beschreibt solche Prozesse gut, auf die eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt.
  - c) Die Binomialverteilung beschreibt den wahrscheinlichen Ausgang einer Folge gleichartiger Versuche, bei der es nur zwei mögliche Ergebnisse gibt.
  - d) Für eine sehr große Zahl von Versuchen ( $n \rightarrow \infty$ ) nähert sich die Student'sche t-Verteilung der Gaußsche Normalverteilung an.
  - e) Erwartungswert und Varianz der Poissonverteilung sind identisch.
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über die nachfolgend abgebildete Schaltung zutreffend sind!



- a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Wheatstone-Brücke.
  - b) Die abgebildete Schaltung eignet sich zur Auswertung kleiner Widerstandsänderungen, z.B. bei der Verformungsmessung mit Dehnungsmessstreifen.
  - c) Prinzipiell handelt es sich bei der abgebildeten Schaltung um die Parallelschaltung zweier Spannungsteiler.
  - d) Eine Schaltung nach dem Prinzip der abgebildeten, bei welcher alle vier Widerstände veränderlich sind, bezeichnet man auch als Viertelbrücke.
  - e) In einer Schaltung wie der abgebildeten, bei welcher alle vier Widerstände veränderlich sind, heben sich vorzeichen- und betragsgleiche Änderungen angrenzender Widerstände auf.
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

## Kurzfragen:

### 19. Erläutern Sie den Begriff *Repräsentativitätsfehler* und nennen Sie ein Beispiel!

Die tatsächlich gemessene Größe entspricht (z.B. bedingt durch eine ungeeignete Versuchsanordnung) nicht der Größe, die man eigentlich messen will.

Beispiel: Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit eines Flusses mittels eines in Ufernähe befestigten Strömungssensors

### 20. Erläutern Sie die drei Skalenniveaus *Nominalskala*, *Ordinalskala* und *Intervallskala*! Nennen Sie für jedes der drei Skalenniveaus jeweils ein Beispiel!

*Nominalskalen* setzen nur die Gleichheit oder Ungleichheit von Merkmalen voraus. Diese Merkmale lassen sich allerdings nicht in eine Rangfolge bringen. Beispiele: Haarfarbe, Geschlecht

*Ordinalskalen* sind Skalen, in denen ausgesagt werden kann, welche Beziehung zwischen den Messwerten bestehen, d. h. ordinalskalierte Messwerte können bzgl. ihrer Größe in einer Rangreihe geordnet werden. Beispiele: Energieeffizienzklassen: „A“ besser „B“ besser „C“; Platzierung in der Bundesliga-Tabelle (Platz 1 bis 18)

*Intervallskalen* sind metrische Skalen, in denen über den Unterschied zweier Messwerte ausgesagt werden kann, ob er größer, gleich oder kleiner als der Unterschied zweier anderer Messwerte ist. Beispiele: Temperatur in °C; Jahreszahlen

### 21. Geben Sie an, woran man die Sprungantwort eines linearen Systems 1. Ordnung sicher von der eines linearen Systems 2. Ordnung unterscheiden kann!

Bei einem linearen System 2. Ordnung ist die Anfangssteigung der Sprungantwort stets gleich Null, bei einem linearen System 1. Ordnung ist die Anfangssteigung der Sprungantwort stets größer Null.

### 22. Von der Qualitätssicherung eines Unternehmens wird mittels eines statistischen Tests überprüft, ob die produzierte Ware den geforderten Spezifikationen entspricht. Dabei wird als Nullhypothese angenommen, dass die Ware die Spezifikation erfüllt. Auf Anweisung des Managements wird die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha$ für diesen Test von $\alpha = 0,05$ auf $\alpha = 0,01$ reduziert. In der Folge häufen sich die Beschwerden von Abnehmern, die bemängeln, dass der Anteil des Ausschusses an der gelieferten Ware zugenommen habe. Welche Erklärung haben Sie für dieses Phänomen?

Die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art (Nullhypothese ist richtig, wird jedoch fälschlich abgelehnt). Mit welcher Wahrscheinlichkeit hingegen fälschlich ein Teil ausgeliefert wird, welches nicht der Spezifikation entspricht, beschreibt der  $\beta$ -Wert (Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art: Nullhypothese trifft nicht zu, wird jedoch fälschlich angenommen).  $\alpha$  und  $\beta$  lassen sich im Allgemeinen nicht unabhängig voneinander beeinflussen. Eine Verringerung von  $\alpha$  führt daher in der Regel zu einer Erhöhung von  $\beta$ . Im vorliegenden Fall wird daher der Ausschuss weniger zuverlässig erkannt und es werden in der Folge mehr Teile ausgeliefert, die nicht der Spezifikation entsprechen.

23. Geben Sie an, welcher Punkt bei der linearen Regression stets auf der berechneten Geraden liegt!

Der Schwerpunkt  $(\bar{x}, \bar{y})$  der zugrunde liegenden Punkte.

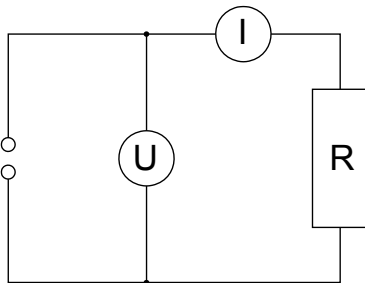
24. Ein ohmscher Widerstand mit einem Nennwert von  $100 \text{ k}\Omega$  soll unter Verwendung eines Strommessgeräts (Innenwiderstand  $0,1 \Omega$ ) und eines Spannungsmessgerät (Innenwiderstand  $1 \text{ M}\Omega$ ) indirekt gemessen werden.

- a) Geben Sie an, ob die geringere Messabweichung bei Einsatz einer Spannungsfehlerschaltung oder bei Einsatz einer Stromfehlerschaltung zu erwarten ist!

- b) Skizzieren Sie die von Ihnen unter a) ausgewählte Schaltung!

zu a) Zur Messung großer Widerstände ist die Spannungsfehlerschaltung geeigneter.

zu b)



25. Bei der Messung ohmscher Widerstände kann der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen durch Verwendung einer Vierleiterschaltung reduziert werden, bei welcher ein Spannungsmessgerät mittels zusätzlicher Messleitungen direkt am Widerstand angeschlossen wird. Erläutern Sie, weshalb hierdurch selbst dann der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen reduziert werden kann, wenn die zusätzlichen Messleitungen denselben Widerstand aufweisen, wie die eigentlichen Zuleitungen des Widerstandes!

Entscheidend ist nicht der Widerstand der jeweiligen Leitungen, sondern der Spannungsabfall über den Leitungen. Durch die eigentlichen Zuleitungen des Widerstandes fließt in der Regel ein nicht vernachlässigbarer Strom, weshalb über den widerstandsbehafteten Zuleitungen eine entsprechende Spannung abfällt, welche bei einer klassischen Zweileiterschaltung vom Spannungsmessgerät mit erfasst würde. Durch die separaten Messleitungen fließt hingegen aufgrund des hohen Innenwiderstands des Spannungsmessgeräts ein nur vernachlässigbarer Strom, weshalb über den widerstandsbehafteten Messleitungen auch nur eine vernachlässigbare Spannung abfällt.

26. Ordnen Sie nachfolgend genannte Analog-Digital-Umsetzer-Prinzipien aufsteigend nach der Anzahl der Takte, die sie für die Umsetzung im Mittel benötigen!

- Wägeverfahren
- Zählverfahren
- Parallelverfahren

Parallelverfahren  $\rightarrow$  Wägeverfahren  $\rightarrow$  Zählverfahren

- 27. Eine bislang in Hamburg genutzte Balkenwaage mit kalibrierten Massestücken soll zukünftig in München eingesetzt werden. Geben Sie an, ob aufgrund der geänderten Erdbeschleunigung eine Neukalibrierung der Massestücke erforderlich ist! Begründen Sie Ihre Antwort!**

Die Massestücke müssen nicht neu kalibriert werden, da sich infolge der veränderten Erdbeschleunigung nicht deren Masse ändert, sondern lediglich die von Ihnen ausgeübte Gewichtskraft. Bei der Balkenwaage wirkt sich die geänderte Erdbeschleunigung gleichermaßen auf die Gewichtskraft der Massestücke und auf die Gewichtskraft des Wägeguts aus. Es entsteht daher keine systematische Abweichung.