

Name:

Matrikel-Nr.:

Prüfungsraum:

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG

12. März 2016

Klausur Einführung in die Messtechnik

- für Bachelor Maschinenbau mit Studienbeginn ab WS 2012/13
(Prüfungsnummer 2511161)
- für Bachelor Wirtschaftsingenieurwesen Maschinenbau mit
Studienbeginn ab WS 2012/13
(Prüfungsnummer 2511161)
- für Bachelor Mobilität und Verkehr ab BPO 2011
(Prüfungsnummer 2511141)
- sonstige: _____

Zutreffendes bitte ankreuzen!

Hilfe zu Aufgabe 2 erhalten:

Unterschrift Kandidat/in

Betreuer

AUFGABE	1	2	AWV A	AWV B	KF	Gesamt
PUNKTE	/18	/12	/17	/20	/16	/83

NOTE

Hinweise zur Prüfung

1. Bearbeitungsdauer: 150 Minuten
2. Als Hilfsmittel sind ausschließlich Taschenrechner ohne vorgefertigte Programme und ohne drahtlose Kommunikationsschnittstelle, einschließlich deren Bedienungsanleitung in gedruckter Form, zugelassen. Sonstige schriftliche Unterlagen sowie Bild-, Ton- und Videodokumente sind ausdrücklich nicht zugelassen. Die Verwendung elektronischer Geräte mit drahtloser Kommunikationsschnittstelle, gleich zu welchem Zweck, ist während der Klausur untersagt. Dieses Verbot gilt insbesondere auch für sogenannte Smartwatches. Verstöße dagegen bzw. andere Täuschungsversuche werden gemäß der Prüfungsordnung geahndet.
3. Auf das Deckblatt sind der Name, der Vorname, die Matrikelnummer und die Bezeichnung des Raumes, in welchem die Prüfung abgelegt wird einzutragen. Ferner ist anzugeben, für welchen Studiengang (ggf. einschließlich geltender Prüfungsordnung) die Prüfung abgelegt wird. Auf allen anderen abgegebenen Blättern ist zumindest der Name zu vermerken. Das Deckblatt ist als oberes Blatt der Klausur abzugeben. Der Rest der Aufgabestellung muss nicht abgegeben werden, sofern er keine für die Lösung relevanten Eintragungen enthält.
4. Der Studierendenausweis ist zusammen mit einem Lichtbildausweis und dem ausgefüllten Deckblatt der Aufgabestellung sichtbar auszulegen.
5. Alle zur Lösung der gestellten Aufgaben benötigten nichttrivialen Gleichungen und Konstanten sowie alle notwendigen Tabellen und Diagramme sind der folgenden Formelsammlung, der Aufgabestellung selbst oder dem Anhang auf den Seiten 13 bis 17 zu entnehmen.

Formelsammlung:

Produktregel: $(uv)' = u'v + uv'$

Quotientenregel: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$

Kettenregel: $\frac{dy}{dx} = u'(v)v'(x)$ mit $y = u(v(x))$

Kraft: $1 \text{ N (Newton)} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$

Zusammenhang von Kreisfrequenz ω und Frequenz f : $\omega = 2\pi \cdot f$

Zusammenhang von Periodendauer T und Frequenz f : $T = \frac{1}{f}$

1. Aufgabe:

In der Wägetechnik sind verschiedene Methoden der Massebestimmung bekannt. Neben den in vielen Variationen eingesetzten Ausschlags- und Kompensationswaagen existieren auch sogenannte Oszillationswaagen, bei denen man die Schwingungen eines Feder-Masse-Systems auswertet.

Eine denkbare Messanordnung ist in Abbildung 1.1 skizziert: Die Waage wird in guter Näherung als Ein-Massen-Schwinger bestehend aus einer Masse m_0 und einer Messfeder der Steifigkeit k modelliert. Die in der Praxis immer auftretenden Dämpfungen seien klein und werden im Folgenden vernachlässigt.

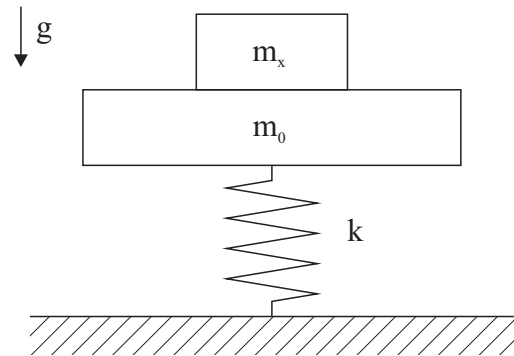


Abbildung 1.1: Prinzipskizze einer Oszillationswaage

Wird das skizzierte Feder-Masse-System ohne Wägegut, also nur mit der Eigenmasse m_0 , in eine freie Oszillation versetzt, so stellt sich eine Schwingung mit der Periodendauer T_0 ein. Wird hingegen ein Wägegut der Masse m_x aufgelegt, so stellt sich eine Schwingung mit veränderter Periodendauer T_x ein. Die Masse m_x des Wägeguts ergibt sich gemäß folgendem formelmäßigen Zusammenhang:

$$m_x = \frac{k}{4\pi^2} \cdot (T_x^2 - T_0^2)$$

Hierin steht k für die Federkonstante, T_x für die Schwingungsperiode bei belasteter Waage und T_0 für die Schwingungsperiode bei unbelasteter Waage.

Im Folgenden soll die Masse m_x eines Wägeguts auf der Grundlage von Messergebnissen für die Größen k , T_x und T_0 einschließlich der wahrscheinlichen Abweichungsgrenzen ermittelt werden. Die Federsteifigkeit k wird vom Hersteller der Feder mit einem Nennwert von 10 N/mm angegeben. Das Konfidenzintervall der Federkonstanten gibt der Hersteller mit $\pm 0,2\%$ vom Nennwert bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ und sehr großen n an. Die Periodendauer T_0 bei unbelasteter Waage wurde im Vorfeld experimentell in $n = 20$ Versuchen bestimmt. Das ermittelte Messergebnis beträgt $T_0 = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ s} \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ bei $P = 90\%$. Um ein Maß für die Periodendauer T_x bei belasteter Waage zu erhalten, wird ein elektronisches Schwingungsmessgerät verwendet, welches die Kreisfrequenz ω_x der erfassten Schwingung anzeigt. Sie führen insgesamt $n = 7$ Messungen bei belasteter Waage durch. Dabei erhalten Sie die in Tabelle 1.1 zusammengefassten Einzelmesswerte.

i	1	2	3	4	5	6	7
Kreisfrequenz ω_x / s^{-1}	117,0	116,9	117,0	116,8	116,8	117,4	117,1

Tabelle 1.1: Messwerte der Kreisfrequenz ω_x

- a) Berechnen Sie die gesuchte Masse m_x des Wägeguts und geben Sie das vollständige Messergebnis mit einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ an!

Hinweis: Für alle Messgrößen kann eine Normalverteilung vorausgesetzt werden.

2. Aufgabe:

Da Sie in Ihrer Freizeit gerne Pen-&-Paper-Rollenspiele spielen, befassen Sie sich derzeit näher mit der Wahrscheinlichkeit bestimmter Würfelergebnisse. Für die gängigen Pen-&-Paper-Rollenspiele werden in der Regel nicht nur klassische sechsseitige Würfel verwendet, sondern auch „Würfel“ mit anderen Seitenanzahlen. Der kleinste Standard-Würfeltyp ist hierbei der vierseitige „Würfel“ – nachfolgend als W4 bezeichnet – welcher die Form eines Tetraeders aufweist (siehe Abbildung 2.1). Mögliche Ergebnisse beim Wurf eines einzelnen W4 sind die Zahlen 1, 2, 3 und 4.



Abbildung 2.1: Vierseitiger „Würfel“ (W4), hier mit Ergebnis 3

Bei dem von Ihnen untersuchten Spielzug werden jeweils zwei W4 geworfen und das Produkt der geworfenen Zahlen beider W4 gebildet. Mögliche Ergebnisse des Produkts der geworfenen Zahlen liegen folglich im Bereich 1 bis 16, wobei jedoch nicht alle Zwischenwerte auftreten können. Ihnen ist ferner bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit, mit der bei einem einzelnen W4 die Zahlen 1 bis 4 geworfen werden gleichverteilt ist, dass also bei einem einzelnen W4 alle Zahlen 1 bis 4 mit derselben Wahrscheinlichkeit fallen.

Für Ihre statistische Untersuchung haben Sie über insgesamt 96 Spielzüge hinweg Ihre Würfelergebnisse protokolliert und für die möglichen Ergebnisklassen die aufgetretenen Häufigkeiten ermittelt. Die dabei erhaltenen Daten sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Ergebnis	1	2	3	4	6	8	9	12	16
Häufigkeit	2	17	9	14	18	8	5	15	8

Tabelle 2.1: Ermittelte Häufigkeiten des Produkts der mit zwei W4 geworfenen Zahlen

- a) Überprüfen Sie mittels eines Chi-Quadrat-Tests, ob die in Tabelle 2.1 angegebene Verteilung auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ als zufällig angesehen werden kann, ob also die beobachtete Verteilung der aus den Randbedingungen der Versuchsdurchführung zu erwartenden Verteilung genügt!

Hinweis: Sofern Sie die sich aus den beschriebenen Randbedingungen ergebende theoretische relative Häufigkeitsdichte nicht ermitteln können oder Ihnen diese zweifelhaft erscheint, kann Ihnen die für den Test zu verwendende Verteilung auf Anfrage vom Betreuer zur Verfügung gestellt werden. In diesem Fall wird die Hilfestellung auf dem Deckblatt vermerkt und die auf die Bestimmung der theoretischen relativen Häufigkeitsdichte entfallenden Punkte – 3 von insgesamt 12 Punkte in Aufgabe 2 – werden ungeachtet etwaiger Lösungsansätze nicht vergeben.

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Ein Hersteller von Hall-Sensoren zur Magnetfeldmessung bezieht vorgefertigte Sensorplättchen aus n-dotiertem Germanium von einem Lieferanten. Im Rahmen einer routinemäßigen Wareneingangsprüfung soll anhand einer Stichprobe sichergestellt werden, dass die Hall-Konstante A_H der gelieferten Sensorplättchen der vereinbarten Spezifikation entspricht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 15$ entnommen und die Hall-Konstante A_H der Sensorplättchen ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der Hall-Konstanten von $\bar{A}_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$ und eine Streuung von $S_{A_H} = 8,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}$. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

- 3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Hall-Konstanten A_H für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ beträgt für diesen Fall ungefähr:

- a) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 6,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- b) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 5,68 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- c) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 5,60 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- d) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 4,64 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$
- e) $A_H = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 3,82 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}; P = 99\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

- 3.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 95\%$ das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Hall-Konstanten auf maximal $\pm 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}$ abschätzen zu können, beträgt:

- a) $n = 20$
- b) $n = 19$
- c) $n = 17$
- d) $n = 14$
- e) $n = 12$

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Sensorplättchen weisen dann eine Hall-Konstante von $4,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \leq A_H \leq 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$ auf?

- a) 90,5%
- b) 82,9%
- c) 75,3%
- d) 24,7%
- e) 17,1%

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Hall-Sensoren möchten Sie den korrekten Betrieb Ihrer Fertigung sicherstellen und entnehmen zu diesem Zweck regelmäßig Stichproben aus der laufenden Produktion aller Fertigungslinien. Für einen stark nachgefragten Typ von Hall-Sensoren betreiben Sie zwei voneinander unabhängige Fertigungslinien A und B. Aufgrund eines Anfangsverdachts möchten Sie anhand der entnommenen Stichproben untersuchen, ob der Erwartungswert μ_A der Empfindlichkeit der auf Linie A gefertigten Hall-Sensoren signifikant größer ist, als der Erwartungswert μ_B der Empfindlichkeit der auf Linie B gefertigten Hall-Sensoren.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
- d) Chi-Quadrat-Test

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese mit $\mu_A < \mu_B$
- b) einseitige Alternativhypothese mit $\mu_A > \mu_B$
- c) zweiseitige Alternativhypothese mit $\mu_A \neq \mu_B$

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand zweier verbundener Stichproben A und B möchten Sie einen t-Test für verbundene Stichproben durchführen. Aus den Stichproben, die jeweils einen Umfang von $n = 10$ aufweisen, haben Sie für die paarweisen Differenzen d_i einen Mittelwert von $\bar{d} = 0,7 \text{ kg}$ und eine Streuung von $S_d = 0,3 \text{ kg}$ errechnet.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) 10,43
- b) 7,38
- c) 7,0
- d) 1,36
- e) 0,74

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 5 auf der nächsten Seite

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 20
- b) 19
- c) 18
- d) 10
- e) 9

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Erwartungswert anhand einer Stichprobe die Maßhaltigkeit einer Charge von Passstiften überprüfen. Der Nenndurchmesser der Passstifte beträgt $D_{\text{enn}} = 4$ mm. Der Stichprobenumfang beträgt $n = 20$. Ihre Nullhypothese lautet, dass der Durchmesser der Passstifte mit dem Nennwert übereinstimmt ($\mu_x = \mu_0$). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ($\mu_x \neq \mu_0$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -2,74$

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt

(Fragetyp Einfachwahl)

7. Um die Hall-Konstante A_H eines neuen Werkstoffs zu bestimmen, haben Sie eine Messreihe vom Umfang $n = 5$ durchgeführt, bei welcher in ausgewählten Arbeitspunkten jeweils Strom und Spannung an einem Hall-Element gemessen wurden. Sie haben mittels linearer Regression und unter Berücksichtigung von magnetischer Flussdichte und Dicke des Hall-Elements bereits in Form des Regressionskoeffizienten b den besten Schätzwert der Hall-Konstanten zu $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$ ermittelt. Um ein Konfidenzintervall hierzu angeben zu können, muss noch die zugehörige Unsicherheit berechnet werden. Hierzu liegen Ihnen folgende Daten vor: Die berechnete Restvarianz beträgt $\hat{\sigma}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2$, die Streuung der x -Werte beträgt $S_x = 400 \text{ C} \cdot \text{V}/\text{m}^3$, das gewählte Signifikanzniveau beträgt $\alpha = 0,05$.

7.1. Ausgehend von obigen Randbedingungen lautet das vollständige Messergebnis der Hall-Konstanten A_H etwa:

- a) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 4,20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- b) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 1,59 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- c) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 1,18 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- d) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 7,12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$
- e) $A_H = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C} \pm 5,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{C}; \alpha = 0,05$

(Fragetyp Einfachwahl)

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

8. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um intensive Größen handelt!

- a) Temperatur
- b) Dichte
- c) dynamische Viskosität
- d) Brechungsindex
- e) Geschwindigkeit
- f) Impuls
- g) molare Masse
- h) Enthalpie

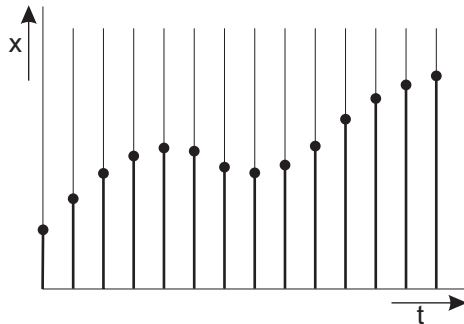
(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a) $1 \text{ TW} = 10^3 \text{ GW}$
- b) $10^3 \text{ cm}^3 + 1 \text{ dm}^3 = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$
- c) $100 \text{ hPa} + 1 \text{ kPa} = 1010 \text{ Pa}$
- d) $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$
- e) $100 \text{ } \mu\text{s} + 20 \text{ ms} = 2,01 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

(Fragetyp Mehrfachwahl)

10. Geben Sie an, von welcher Art das nachfolgend abgebildete Signal hinsichtlich seines Verhaltens in Zeit- sowie in Amplitudenrichtung ist!



- a) amplitudenkontinuierlich und zeitkontinuierlich
- b) amplitudendiskret und zeitkontinuierlich
- c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret
- d) amplitudendiskret und zeitdiskret

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T und dem Übertragungsfaktor $K=1$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von 10 V auf -10 V beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer $t = T$ am Ausgang etwa anliegen?

- a) $6,3\text{ V}$
- b) $3,7\text{ V}$
- c) $2,6\text{ V}$
- d) $-2,6\text{ V}$
- e) $-6,3\text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung unterhalb des zweiten Perzentils liegen!

- a) 2%
- b) 20%
- c) 40%
- d) 50%
- e) $66,6\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 20 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $95 \leq \mu \leq 105$ bei $P = 99\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen durchgeführt werden müssten, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $98 \leq \mu \leq 102$ zu reduzieren!

- a) 50
- b) 100
- c) 125
- d) 180
- e) 200

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Sie beobachten einen Fertigungsprozess, auf den eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt. Durch welche statistische Verteilung lässt sich aller Wahrscheinlichkeit nach die Gesamtabweichung des Prozesses in guter Näherung beschreiben?

- a) Gleichverteilung
- b) Binomialverteilung
- c) Hypergeometrische Verteilung
- d) Normalverteilung
- e) Poissonverteilung

(Fragetyp Einfachwahl)

15. Ein analoges Spannungssignal im Bereich von -24 V bis 24 V soll so digitalisiert werden, dass der maximale Quantisierungsfehler 2 mV beträgt. Geben Sie an, mit wie viel Bit der A/D-Umsetzer mindestens arbeiten muss!

- a) 14 Bit
- b) 15 Bit
- c) 24 Bit
- d) 25 Bit
- e) 26 Bit

(Fragetyp Einfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über Massenmessgeräte zutreffend sind!

- a) Die Messung einer Masse wird meist auf eine Kraftmessung zurückgeführt, da Masse und die durch die Masse ausgeübte Kraft über die Erdbeschleunigung miteinander verknüpft sind.
- b) Die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung wird hauptsächlich durch die nichtideale Kugelform der Erde verursacht.
- c) Um die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung zu berücksichtigen, ist Deutschland in 3 Gebrauchszonen mit unterschiedlicher Erdbeschleunigung unterteilt.
- d) Im Unterschied zum *Wägewert* wird beim *konventionellen Wägewert* der Einfluss des Auftriebs im umgebenden Medium berücksichtigt.
- e) Während *Wägen* das Feststellen einer unbekannt Masse bezeichnet, bezeichnet man mit *Abwägen* das Herstellen einer bestimmten Masse.

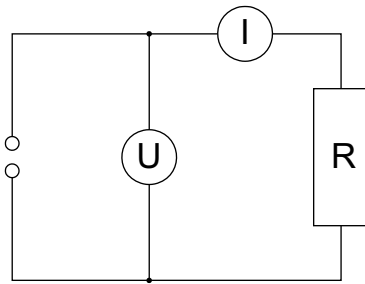
(Fragetyp Mehrfachwahl)

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich Handmessmitteln zutreffend sind!

- a) Der Messschieber ist robust gegenüber dem Auftreten des Abbe-Fehlers, da bei ihm im Regelfall Antast- und Messlinie fluchten.
- b) Der Nonius eines Messschiebers stellt eine Hilfsteilung dar, welche dazu dient, bei der Ablesung das Auftreten von Parallaxeneffekten zu vermindern.
- c) Bei einer Bügelmessschraube stellt in der Regel eine Rutschkupplung eine bei allen Messungen gleiche Antastkraft sicher.
- d) Bei der Messuhr wird die Auslenkung des Messbolzens über ein Präzisionsgetriebe in eine Zeigerdrehung gewandelt.
- e) Bei der Längenmessung mittels eines Maßstabes handelt es sich um eine direkte Messmethode im weiteren Sinne.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über die nachfolgend abgebildete Schaltung zutreffend sind!



- a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Spannungsfehlerschaltung zur indirekten Widerstandsmessung.
- b) Die indirekte Widerstandsmessung basiert auf der Anwendung des Ohmschen Gesetzes.
- c) Die Schaltung ist für die Messung kleiner Widerstände besser geeignet als für die Messung großer Widerstände.
- d) Die systematische Messabweichung der Schaltung würde zu Null werden, wenn das verwendete Spannungsmessgerät einen unendlich hohen Innenwiderstand aufweisen würde.
- f) Bei bekannten Innenwiderständen von Strom- und Spannungsmessgerät kann der korrekte Widerstandswert von R mittels einer Korrekturformel ermittelt werden.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Kurzfragen:

19. Grenzen Sie die Begriffe *Messwert* und *Messergebnis* gegeneinander ab!
20. Erläutern Sie, wodurch sich intervallskalierte Daten und verhältnisskalierte Daten unterscheiden! Nennen Sie für beide Datentypen je ein Beispiel!
21. Sie möchten die Gehaltsverteilung von Ingenieuren mittels eines Lageparameters charakterisieren. Geben Sie an, welchen wesentlichen Vorteil hierbei der Medianwert gegenüber dem arithmetischen Mittelwert aufweist!
22. Geben Sie an, welcher Zusammenhang bei poissonverteilten Daten zwischen Erwartungswert μ und Varianz σ^2 besteht!
23. Bei der Durchführung eines statistischen Tests stellen Sie fest, dass wiederholt der Fall eintritt, dass die Nullhypothese infolge des Testresultats abgelehnt wird, obwohl weiterführende Untersuchungen zeigen, dass die Nullhypothese tatsächlich zutrifft. Wie würden Sie das Signifikanzniveau α des Tests verändern, um die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer derartigen Fehlentscheidung zu reduzieren? Begründen Sie Ihre Antwort!
24. Sie planen, ein Musiksignal zu digitalisieren und hierfür einen A/D-Umsetzer mit einer Abtastfrequenz von 44,1 kHz zu verwenden. Sie wissen, dass in dem analogen Musiksignal Frequenzanteile bis hinauf zu 50 kHz enthalten sind, deren Amplitude nicht vernachlässigbar ist. Ihnen ist bewusst, dass für diese hohen Frequenzanteile das Abtasttheorem nach Shannon verletzt wird. Ihr Kommilitone schlägt vor, die A/D-Umsetzung dennoch wie geplant vorzunehmen und argumentiert, dass Frequenzen von über 20 kHz für den Menschen ohnehin nicht hörbar seien und es daher keine Rolle spiele, wenn diese nicht korrekt digitalisiert werden. Geben Sie an, ob Sie dieser Argumentation folgen würden oder nicht! Begründen Sie Ihre Antwort!
25. Bei der Messung ohmscher Widerstände kann der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen durch Verwendung einer Vierleiterschaltung reduziert werden, bei welcher ein Spannungsmessgerät mittels zusätzlicher Messleitungen direkt am Widerstand angeschlossen wird. Erläutern Sie, weshalb hierdurch selbst dann der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen reduziert werden kann, wenn die zusätzlichen Messleitungen denselben Widerstand aufweisen, wie die eigentlichen Zuleitungen des Widerstandes!
26. Skizzieren Sie den Aufbau eines Thermoelements und erläutern Sie dessen Wirkungsweise!

Elementare statistische Maßzahlen

$$\text{Arithmetisches Mittel: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\text{Empirische Varianz: } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\text{Streuung: } S = +\sqrt{S^2}$$

Konfidenzintervall

Die Messgröße X sei normalverteilt, σ sei bekannt:

$$\left[\bar{x} - \frac{k \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{k \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

Die Messgröße X sei normalverteilt, σ sei unbekannt:

$$\left[\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \right]$$

Lineare Regression

Wenn durch eine Anzahl von Wertepaaren (x_i, y_i) nach der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung eine Gerade gelegt wird, geht diese stets durch den Schwerpunkt (\bar{x}, \bar{y}) der Punkte:

$$(y - \bar{y}) = b(x - \bar{x})$$

(geschätzter) Regressionskoeffizient b (Steigung der Geraden)

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

Ein Schätzwert für σ^2 ist die Restvarianz $\hat{\sigma}^2$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y} + b(\bar{x} - x_j))^2 = \frac{n-1}{n-2} \cdot S_y^2 (1 - r_{xy}^2)$$

Bestimmung der Vertrauensgrenze für diese Schätzung des Steigungsmaßes:

1. Festlegen der geforderten statistischen Sicherheit P (z.B. 95%)
2. Berechnen der Streuung S_x aus den Messwerten x_1, \dots, x_n

3. Der Vertrauensbereich für den Regressionskoeffizienten b zur statistischen Sicherheit $P = 1 - \alpha$ beträgt:

$$\left[b - \frac{\hat{\sigma} t_{n-2, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n} S_x}, b + \frac{\hat{\sigma} t_{n-2, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n} S_x} \right]$$

4. Der Erwartungswert β für den Regressionskoeffizienten b liegt mit der statistischen Sicherheit P in diesem Intervall
5. Durch die berechnete Gerade wird einem beliebig gewählten x-Wert x^* der y-Wert

$$y^* = \bar{y} + b(x^* - \bar{x})$$

zugeordnet. Der Vertrauensbereich für y^* zur statistischen Sicherheit $P = 1 - \alpha$ beträgt:

$$\left[y^* - \frac{\hat{\sigma} t_{n-2, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x^* - \bar{x})^2}{S_x^2}}, y^* + \frac{\hat{\sigma} t_{n-2, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x^* - \bar{x})^2}{S_x^2}} \right]$$

Abweichungsfortpflanzung

f sei $f(x_1, \dots, x_n)$. Das Konfidenzintervall für f mit statistischer Sicherheit $P = 1 - \alpha$:

$$\left[f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) - c_f, f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) + c_f \right]$$

für den Fall zufälliger, normalverteilter Abweichungen mit:

$$c_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n} c_{x_i} \right)^2}, \quad c_{x_i} = \frac{S_{x_i}}{\sqrt{n}} t_{n_{x_i}-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$$

t-Test**t-Test für Erwartungswert**

Die Testgröße:

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \quad (\text{df} = n - 1)$$

Test der Nullhypothese bei vorgewähltem Signifikanzniveau α :

1. $H_0: \mu_x = \mu_0$ gegen $H_1: \mu_x < \mu_0$ (einseitige Hypothese)
Ist $t_0 < -t_{n-1, 1-\alpha}$,
wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.
2. $H_0: \mu_x = \mu_0$ gegen $H_1: \mu_x > \mu_0$ (einseitige Hypothese)
Ist $t_0 > t_{n-1, 1-\alpha}$,
wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.
3. $H_0: \mu_x = \mu_0$ gegen $H_1: \mu_x \neq \mu_0$ (zweiseitige Hypothese)
Ist $|t_0| > t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$,
wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.

t-Test für Vergleich zweier Erwartungswerte

Die Testgröße (einfachere Form, wenn $n_x = n_y = n$):

$$t_0 = \sqrt{n} \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}} \quad (df = 2n - 2)$$

Test der Nullhypothese bei vorgewähltem Signifikanzniveau α :

1. $H_0: \mu_x = \mu_y$ gegen $H_1: \mu_x < \mu_y$ (einseitige Hypothese)

Ist

$$t_0 < -t_{n_x + n_y - 2; 1 - \alpha}$$

wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.

2. $H_0: \mu_x = \mu_y$ gegen $H_1: \mu_x > \mu_y$ (einseitige Hypothese)

Ist

$$t_0 > t_{n_x + n_y - 2; 1 - \alpha}$$

wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.

3. $H_0: \mu_x = \mu_y$ gegen $H_1: \mu_x \neq \mu_y$ (zweiseitige Hypothese)

Ist

$$|t_0| > t_{n_x + n_y - 2; 1 - \frac{\alpha}{2}}$$

wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.

t-Test für verbundene Stichproben

Die Testgröße:

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}} \quad (df = n - 1)$$

mit:

$$d_i = x_i - y_i$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

Test der Nullhypothese bei vorgewähltem Signifikanzniveau α :

1. $H_0: \mu_d = 0$ gegen $H_1: \mu_d < 0$ (einseitige Hypothese)

Ist

$$t_0 < -t_{n-1; 1-\alpha}$$

wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.

2. $H_0: \mu_d = 0$ gegen $H_1: \mu_d > 0$ (einseitige Hypothese)

Ist

$$t_0 > t_{n-1; 1-\alpha}$$

wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.

3. $H_0: \mu_d = 0$ gegen $H_1: \mu_d \neq 0$ (zweiseitige Hypothese)

Ist

$$|t_0| > t_{n-1; 1 - \frac{\alpha}{2}}$$

wird H_0 auf dem Signifikanzniveau α abgelehnt.

Der χ^2 -Test für Verteilungsfunktionen

X sei eine Zufallsgröße mit unbekannter Verteilungsdichtefunktion. Aufgrund von Messdaten oder Vorabinformationen wird vermutet, dass X durch die Verteilungsdichtefunktion $h(x)$ beschrieben wird. Um dies zu prüfen, kann ein χ^2 -Test durchgeführt werden.

Nullhypothese H_0 : X wird durch die Verteilungsdichtefunktion $h(x)$ beschrieben.

Es wird eine Stichprobe von n Messwerten x_1, \dots, x_n aufgenommen.

Der Test erfolgt, indem zu dieser Messreihe ein empirisches Histogramm erstellt wird. Aus der Verteilungsdichtefunktion $h(x)$ wird ein theoretisches Histogramm berechnet.

Als Testgröße wird eine normierte Differenz zwischen beiden Histogrammen berechnet. Wenn die Hypothese zutrifft, müsste diese Differenz hinreichend klein sein.

Vorgehensweise:

1. Aufteilen des Wertebereichs in r nicht überlappende Klassen T_i , so dass jede Klasse wenigstens 5 Werte der Stichprobe x_1, \dots, x_n enthält. Die Intervalle können auch ungleich breit sein.
2. Bestimmen der Anzahl B_i von Messwerten in der Klasse T_i .
3. Falls die Verteilungsdichtefunktion $h(x)$ Parameter enthält (z.B. μ und σ bei der Normalverteilung), so werden diese Parameter aus den Messdaten x_1, \dots, x_n abgeschätzt.
4. Berechnen der Wahrscheinlichkeit p_i , mit der bei Annahme der hypothetischen Verteilungsdichte $h(x)$ unter Annahme der unter 3. geschätzten Parameter ein Messwert im Intervall T_i zu erwarten ist.
5. Berechnen der Produkte $E_i = np_i$, die die theoretischen Besetzungszahlen der Klasse T_i bei Annahme der Verteilungsdichte $h(x)$ darstellen.
6. Prüfen, ob für alle Klassen gilt: $E_i \geq 5$. Klassen mit $E_i < 5$ werden mit benachbarten Klassen zusammengelegt. Nach diesem Schritt liegen r^* Klassen vor mit $r^* \leq r$.
7. Berechnen der Testgröße:

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{r^*} \frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$$

8. Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

- r^* ist die Zahl der auswertbaren Klassen (Besetzungszahl ≥ 5)
- s ist die Zahl der aus der Stichprobe abgeschätzten Parameter der Verteilungsdichtefunktion
- Die Zahl der Freiheitsgrade ist $df = r^* - s - 1$

9. Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit α

H_0 ist abzulehnen mit Signifikanzniveau α , wenn:

$$\chi_0^2 > \chi_{r^* - s - 1; 1 - \alpha}^2$$

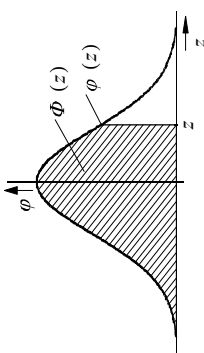
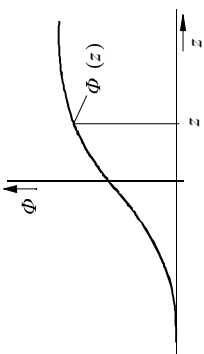
p-Quantile $t_{s,p}$ der Student'schen t-Verteilung mit s Freiheitsgraden

s	p	0,95	0,975	0,99	0,995
1		6,314	12,706	31,821	63,657
2		2,920	4,303	6,965	9,925
3		2,353	3,182	4,541	5,841
4		2,132	2,776	3,747	4,604
5		2,015	2,571	3,365	4,032
6		1,943	2,447	3,143	3,707
7		1,895	2,365	2,998	3,499
8		1,860	2,306	2,896	3,355
9		1,833	2,262	2,821	3,250
10		1,812	2,228	2,764	3,169
11		1,796	2,201	2,718	3,106
12		1,782	2,179	2,681	3,055
13		1,771	2,160	2,650	3,012
14		1,761	2,145	2,624	2,977
15		1,753	2,131	2,602	2,947
16		1,746	2,120	2,583	2,921
17		1,740	2,110	2,567	2,898
18		1,734	2,101	2,552	2,878
19		1,729	2,093	2,539	2,861
20		1,725	2,086	2,528	2,845
21		1,721	2,080	2,518	2,831
22		1,717	2,074	2,508	2,819
23		1,714	2,069	2,500	2,807
24		1,711	2,064	2,492	2,797
25		1,708	2,060	2,485	2,787
26		1,706	2,056	2,479	2,779
27		1,703	2,052	2,473	2,771
28		1,701	2,048	2,467	2,763
29		1,699	2,045	2,462	2,756
30		1,697	2,042	2,457	2,750
40		1,684	2,021	2,423	2,704
50		1,676	2,009	2,403	2,678
60		1,671	2,000	2,390	2,660
70		1,667	1,994	2,381	2,648
80		1,664	1,990	2,374	2,639
90		1,662	1,987	2,368	2,632
100		1,660	1,984	2,364	2,626
200		1,653	1,972	2,345	2,601
∞		1,645	1,960	2,326	2,576

p-Quantile $\chi_{s,p}^2$ der χ^2 -Verteilung mit s Freiheitsgraden

s	p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1		2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2		4,61	5,99	7,38	9,21	10,6
3		6,25	7,81	9,35	11,3	12,8
4		7,78	9,49	11,1	13,3	14,9
5		9,24	11,1	12,8	15,1	16,8
6		10,6	12,6	14,5	16,8	18,6
7		12,0	14,1	16,0	18,5	20,3
8		13,4	15,5	17,5	20,1	22,0
9		14,7	16,9	19,0	21,7	23,6
10		16,0	18,3	20,5	23,2	25,2
11		17,3	19,7	21,9	24,7	26,8
12		18,6	21,0	23,3	26,2	28,3
13		19,8	22,4	24,7	27,7	29,8
14		21,2	23,7	26,1	29,1	31,3
15		22,3	25,0	27,5	30,6	32,8
16		23,5	26,3	28,9	32,0	34,3
17		24,8	27,6	30,2	33,4	35,7
18		26,0	28,9	31,5	34,8	37,2
19		27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20		28,4	31,4	34,2	37,6	40,0
21		29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22		30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23		32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24		33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25		34,4	37,7	40,6	44,3	46,9
26		35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27		36,7	40,1	43,2	47,0	49,6
28		37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29		39,1	42,6	45,7	49,6	52,3
30		40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
40		51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50		63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60		74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70		85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80		96,6	101,9	106,6	112,3	116,3
90		107,6	113,1	118,1	124,1	128,3
100		118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

Tabelle 1 Summenfunktion der standardisierten Normalverteilung



$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt; \quad \Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$$

Ablesebeispiel: $\Phi(0,76) = 0,776373$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z
0,0	0,50000	0,503989	0,507978	0,511966	0,515953	0,519939	0,523922	0,527903	0,531881	0,535856	0,0
0,1	0,539828	0,543795	0,547758	0,551717	0,555670	0,559618	0,563559	0,567495	0,571424	0,575345	0,1
0,2	0,579260	0,583166	0,587064	0,590954	0,594835	0,598706	0,602568	0,606420	0,610261	0,614092	0,2
0,3	0,617911	0,621720	0,625516	0,629300	0,633072	0,636831	0,640576	0,644309	0,648027	0,651732	0,3
0,4	0,655422	0,659097	0,662757	0,666402	0,670031	0,673645	0,677242	0,680822	0,684386	0,687933	0,4
0,5	0,691462	0,694974	0,698468	0,701944	0,705401	0,708840	0,712260	0,715661	0,719043	0,722405	0,5
0,6	0,725747	0,729069	0,732371	0,735653	0,738914	0,742154	0,745373	0,748571	0,751748	0,754903	0,6
0,7	0,758036	0,761148	0,764238	0,767305	0,770350	0,773373	0,776373	0,779350	0,782305	0,785236	0,7
0,8	0,788145	0,791030	0,793892	0,796731	0,799546	0,802337	0,805105	0,807850	0,810570	0,813267	0,8
0,9	0,815940	0,818589	0,821214	0,823814	0,826391	0,828944	0,831472	0,833977	0,836457	0,838913	0,9
1,0	0,841345	0,843752	0,846136	0,848495	0,850830	0,853141	0,855428	0,857690	0,859929	0,862143	1,0
1,1	0,864334	0,866500	0,868643	0,870762	0,872857	0,874928	0,876976	0,879000	0,881000	0,882977	1,1
1,2	0,884930	0,886861	0,888768	0,890651	0,892512	0,894350	0,896165	0,897958	0,899727	0,901475	1,2
1,3	0,903200	0,904902	0,906582	0,908241	0,909877	0,911492	0,913085	0,914657	0,916207	0,917736	1,3
1,4	0,919243	0,920730	0,922196	0,923641	0,925066	0,926471	0,927855	0,929219	0,930563	0,931888	1,4
1,5	0,933193	0,934478	0,935745	0,936992	0,938220	0,939429	0,940620	0,941792	0,942947	0,944083	1,5
1,6	0,945201	0,946301	0,947384	0,948449	0,949497	0,950529	0,951543	0,952540	0,953521	0,954486	1,6
1,7	0,955435	0,956367	0,957284	0,958185	0,959070	0,959941	0,960796	0,961636	0,962462	0,963273	1,7
1,8	0,964070	0,964852	0,965620	0,966375	0,967116	0,967843	0,968557	0,969258	0,969946	0,970621	1,8
1,9	0,971283	0,971933	0,972571	0,973197	0,973810	0,974412	0,975002	0,975581	0,976148	0,976705	1,9
2,0	0,977250	0,977784	0,978308	0,978822	0,979325	0,979818	0,980301	0,980774	0,981237	0,981691	2,0
2,1	0,982136	0,982571	0,982997	0,983414	0,983823	0,984222	0,984614	0,984997	0,985371	0,985738	2,1
2,2	0,986097	0,986447	0,986791	0,987126	0,987455	0,987776	0,988089	0,988396	0,988696	0,988989	2,2
2,3	0,989276	0,989556	0,989830	0,990097	0,990358	0,990613	0,990863	0,991106	0,991344	0,991576	2,3
2,4	0,991802	0,992024	0,992240	0,992451	0,992656	0,992857	0,993053	0,993244	0,993431	0,993613	2,4
2,5	0,993790	0,993963	0,994132	0,994297	0,994457	0,994614	0,994766	0,994915	0,995060	0,995201	2,5
2,6	0,995339	0,995473	0,995604	0,995731	0,995855	0,995975	0,996093	0,996207	0,996319	0,996427	2,6
2,7	0,996533	0,996636	0,996736	0,996833	0,996928	0,997020	0,997110	0,997197	0,997282	0,997365	2,7
2,8	0,997445	0,997523	0,997599	0,997673	0,997744	0,997814	0,997882	0,997948	0,998012	0,998074	2,8
2,9	0,998134	0,998193	0,998250	0,998305	0,998359	0,998411	0,998462	0,998511	0,998559	0,998605	2,9

z	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	z
$\Phi(z)$	$1-1,350 \cdot 10^{-3}$	$1-2,326 \cdot 10^{-4}$	$1-3,167 \cdot 10^{-5}$	$1-3,398 \cdot 10^{-6}$	$1-2,867 \cdot 10^{-7}$	$1-9,866 \cdot 10^{-10}$	$1-1,280 \cdot 10^{-12}$	$1-6,221 \cdot 10^{-16}$	$1-1,129 \cdot 10^{-19}$	$1-7,620 \cdot 10^{-24}$
$\Phi(z)$	50%	60%	70%	80%	90%	95%	99%	99,5%	99,75%	99,95%
z	0	0,253	0,524	0,842	1,282	1,645	2,326	2,576	2,807	3,291