

**Musterlösung zur Klausur
Einführung in die statistische Messdatenauswertung für
Biotechnologen vom 1.3.2013**

Kurzfragen

1. Vergleich mit Normal der gleichen Messgröße
2. (Schätz-)Wert der Messgröße (Messwert), (Schätz-)Wert der Unsicherheit des Messwertes, Einheit
3. 100%, da Vertrauensbereich durch den Mittelwert definiert wird ($\bar{x} \pm c$)
4. Die zu messende Größe und die zu verwendende Einheit (das entsprechende Normal) müssen eindeutig definiert sein.
5. Schulnoten sind ordinalskaliert, Mittelwert benötigt jedoch metrisch skalierte Merkmale, da Summen gebildet werden müssen.
6. a) 1
b) 1
7. bandbegrenzt → es existiert eine maximale Signalfrequenz im Spektrum
8. Fehler 1. Art: Ablehnung der Nullhypothese, obwohl sie richtig ist
Fehler 2. Art: Nichtablehnung der Nullhypothese, obwohl sie falsch ist.

Aufgabe 1

H_0 : Stichprobe ist normalverteilt

$n = 50$

Klasse	x_g	$z_i = x_g/s$	$\Phi(z)$	$\Delta\Phi$	E_i	B_i	E_{i^*}	B_{i^*}	$\frac{(B_{i^*} - E_{i^*})^2}{E_{i^*}}$
	$(-\infty)$	$(-\infty)$	0						
< -0,5				0,019226	0,9613	0			
[-0,5;-0,3)	-0,5	-2,07	0,019226	0,088262	4,4131	5	5,37	5	0,0261
[-0,3;-0,1)	-0,3	-1,24	0,107488	0,233415	11,6708	15	11,67	15	0,9497
[-0,1;0,1)	-0,1	-0,41	0,339722	0,318194	15,9097	13	15,91	13	0,5322
[0,1;0,3)	0,1	0,41	0,659097	0,233415	11,6708	11	11,67	11	0,0385
[0,3;0,5)	0,3	1,24	0,892512	0,088262	4,4131	6	5,37	6	0,0728
> 0,5	0,5	2,07	0,980774	0,019226	0,9613	0			
	(∞)	(∞)	1,000000						

$\chi_0^2 = \mathbf{1,6193}$

Da die Klassengrenzen schon relativ zum Mittelwert/Erwartungswert gegeben sind, entsprechen die Klassengrenzen dem $(x - \mu)$ und müssen zur Berechnung des z nur noch durch die Streuung geteilt werden. Außerdem ergeben sich Symmetrien bei den Φ_i und E_i , die die Erstellung der Tabelle etwas abkürzen.

Die Verteilungsfunktion hat zwei Parameter, die aus der Stichprobe bestimmt wurden, auch wenn der Mittelwert hier nicht explizit angegeben ist.

$$\Rightarrow s = 5 - 2 - 1 = 2$$

$$p = 0,95$$

$$\chi_{krit}^2 = 5,99$$

$$\chi_0^2 < \chi_{krit}^2$$

$\Rightarrow H_0$ ist anzunehmen.

\Rightarrow Der Kugeldurchmesser ist mit einer statistischen Sicherheit von 95 % normalverteilt.

Aufgabe 2.

a)

Hier kann man wählen, welche Datenreihe man verwendet. Bei den Abweichungen ist der Tippaufwand etwas geringer. Man muss je nach Wahl die Intervallgrenzen entsprechend berechnen und dabei die Einheiten beachten.

Variante 1: mit Abweichungen

$$n = 10$$

$$\bar{x} = 0,273 \mu\text{m}$$

$$S = 0,640 \mu\text{m}$$

$$x_1 = -1 \mu\text{m} \quad \Rightarrow \quad z_1 = \frac{-1 - 0,273}{0,640} = -1,990$$

$$x_2 = 1 \mu\text{m} \quad \Rightarrow \quad z_2 = \frac{1 - 0,273}{0,640} = 1,136$$

Variante 2: mit Durchmesser

$$n = 10$$

$$\bar{x} = 5,000273 \text{ mm}$$

$$S = 0,000640 \text{ mm}$$

$$x_1 = 4,999 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad z_1 = \frac{4,999 - 5,000273}{0,000640} = -1,990$$

$$x_2 = 5,001 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad z_2 = \frac{5,001 - 5,000273}{0,000640} = 1,136$$

jetzt in beiden Fällen:

$$\Phi(x_1) = 1 - \Phi(1,990) = 1 - 0,976705 = 0,023315$$

$$\Phi(x_2) = \Phi(1,136) \approx \Phi(1,14) = 0,872857$$

$$P(x_1 < x < x_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = 0,8496$$

$$P \approx 85\% < 95\% \quad \Rightarrow \text{Forderung des Kunden ist nicht erfüllt}$$

b)

t-Test für den Erwartungswert, zweiseitig

Hier kann man ebenfalls wählen, welche Variante man wählt.

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$n = 10$$

Variante 1: mit Abweichungen

$$\mu_0 = 0 \mu\text{m}$$

$$\bar{x} = 0,273 \mu\text{m} \quad \text{wie in a)}$$

$$S = 0,640 \mu\text{m} \quad \text{wie in a)}$$

$$t_o = \frac{0,273 \mu\text{m} - 0 \mu\text{m}}{0,640 \mu\text{m}} \cdot \sqrt{10} = 1,35$$

Variante 2: mit Durchmesser

$$\mu_0 = 5 \text{ mm}$$

$$\bar{x} = 5,000273 \text{ mm} \quad \text{wie in a)}$$

$$S = 0,000640 \text{ mm} \quad \text{wie in a)}$$

$$t_o = \frac{5,000273 \text{ mm} - 5 \text{ mm}}{0,000640 \text{ mm}} \cdot \sqrt{10} = 1,35$$

jetzt in beiden Fällen:

$$t_{krit} = t_{9;0,975} = 2,26$$

$$|t_o| < t_{krit} ?$$

$$|1,35| < 2,68 \quad \rightarrow H_0 \text{ wird angenommen.}$$

Der Durchmesser weicht nicht signifikant ab!