Musterlösung zur Klausur Einführung in die statistische Messdatenauswertung für Biotechnologen vom 2.3.2012

Kurzfragen

1. Unterschied zwischen wahrem/richtigem Wert der Messgröße und angezeigten bzw. ausgegebenen Wert eines Messgerätes.

2. zufällige/stochastische/statistische Abweichung

3. a) Nominalskala (man muss die Elemente nur unterscheiden können) b) Intervallskala (man muss Differenzen bilden können. Für die zugrundeliegenden Quartile reicht jedoch Ordinalskala!)

4. Vernachlässigen/ignorieren, kompensieren, rechnerische Korrektur

5. Die Grundgesamtheit muss normalverteilt sein.

6. Nein, Eichen = Kalibrieren
   $\rightarrow$ danach sollte nicht mehr justiert werden, da Eingriff in Übertragungsverhalten
   Wenn justiert wird, muss neu geeicht werden.

7. Meter, Sekunde, Ampere, Kilogramm, Candela, Mol

8. Empfindlichkeit=Steigung der Regressionsgeraden
   Regressionskoeffizient b mit Vertrauensbereich ($\alpha = 0.05$) berechnen. Wenn alter Wert von b außerhalb des Vertrauensbereiches liegt, dann signifikante Änderung.

Aufgabe 1

a) $n = 50$

$\overline{x} = (1\cdot 141+1\cdot 144+7\cdot 147+10\cdot 150+12\cdot 153+11\cdot 156+5\cdot 159+2\cdot 162+1\cdot 165)/50 \quad \mathrm{mg}$

$\overline{x} = 153\,\mathrm{mg}$

$$S = \sqrt{\frac{1}{49}(1\cdot(141-153)^2+1\cdot(144-153)^2+7\cdot(147-153)^2+10\cdot(150-153)^2+\ldots)} \quad \mathrm{mg}$$

$S = 4{,}8487\,\mathrm{mg}$

$$x_1 = 150\,\mathrm{mg} \qquad \Rightarrow \qquad z_1 = \frac{150-153}{4,8487} = -0,6187$$

$$x_2 = 160\,\mathrm{mg} \qquad \Rightarrow \qquad z_1 = \frac{160-153}{4,8487} = 1,4436$$

$\Phi(x_1) = 1 - \Phi(0,6187) = 1 - 0,732371 = 0,2676$

$\Phi(x_2) = \Phi(1,4436) = 0,925066$

$P(150 < x < 160) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = 0,925066 - 0,2676 = 0,6574$

$\underline{P = 65,74\%}$

b) t-Test für den Erwartungswert, zweiseitig

$\mu_0 = 150\,\mathrm{mg}$

$\mathsf{H}_0 : \mu = \mu_0 \qquad \mathsf{H}_1 : \mu \neq \mu_0$

$\overline{x} = 153\,\mathrm{mg}$

$S = 4{,}8487\,\mathrm{mg}$

$n = 50$

$$t_o = \frac{153\,\mathrm{mg} - 150\,\mathrm{mg}}{4{,}8487\,\mathrm{mg}} \cdot \sqrt{50} = 4,375$$

$t_{krit} = t_{49\,;\,0{,}995} = 2,68$ (interpoliert $2,682$)

$|t_0| > t_{krit}$?

$|4,375| > 2,68 \qquad \rightarrow \mathsf{H}_0$ wird abgelehnt.

Der Erwartungswert des Tablettengewichts hat sich signifikant verändert!

Aufgabe 2.

d_1, d_2, h sind fehlerbehaftet. μ, g sind const.

$$t_e = \frac{2d_1^2\sqrt{h}}{\mu d_2^2\sqrt{2g}} = \frac{2}{\mu\sqrt{2g}} \cdot \frac{d_1^2\sqrt{h}}{d_2^2} = K \cdot \frac{d_1^2\sqrt{h}}{d_2^2} \quad \text{mit} \quad K = \frac{2}{\mu\sqrt{2g}} = 0,75254 \quad \mathrm{s}/\sqrt{\mathrm{m}}$$

$\overline{t_e} = 748{,}3\,\mathrm{sec}$

Ableitungen:

$$\frac{\partial t_e}{\partial d_1}\Big|_{\overline{x_i}} = K \cdot \frac{2d_1\sqrt{h}}{d_2^2}\Big|_{\overline{x_i}} = 4988{,}6\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}}$$

$$\frac{\partial t_e}{\partial d_2}\Big|_{\overline{x_i}} = -K \cdot \frac{2d_1^2\sqrt{h}}{d_2^3}\Big|_{\overline{x_i}} = -187075{,}4\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}}$$

$$\frac{\partial t_e}{\partial h}\Big|_{\overline{x_i}} = K \cdot \frac{d_1^2}{2 \cdot d_2^2\sqrt{h}}\Big|_{\overline{x_i}} = 748{,}3\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}}$$

$$c_t = \sqrt{(4988{,}6\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}0015\,\mathrm{m})^2 + (-187075{,}4\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}00005\,\mathrm{m})^2 + (748{,}3\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}002\,\mathrm{m})^2}$$

$c_t = 12{,}07\,\mathrm{s}$

$\underline{\underline{t_e = 748{,}3\,\mathrm{s} \pm 12{,}07\,\mathrm{s} \qquad P = 95\,\%}}$

Aufgabe 3.

χ^2-Test

Wahrscheinlichkeit für jede Zahl $p_i = 1/6$. Damit ergeben sich die erwarteten Wahrscheinlichkeiten für jede Zahl bei 200 Würfen zu $200/6 = 33,333$.

i	1	2	3	4	5	6
E_i	33,333	33,333	33,333	33,333	33,333	33,333
B_i	28	34	37	32	35	34
$\frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$	0,8533	0,01333	0,40333	0,05333	0,08333	0,01333

$\sum = \chi^2 = 1,42$

$\chi^2_{krit} = \chi^2_{6-0-1\,;\,0{,}95} = 11,1$

$\chi^2 < \chi^2_{krit}$

$\Rightarrow H_0$ nicht ablehnen $\Rightarrow$ Würfel ist wahrscheinlich fair.