

**Musterlösung zur Klausur
Einführung in die statistische Messdatenauswertung für
Biotechnologen vom 4.3.2011**

Kurzfragen

1. Maximum bei 0
0%, da $P = \int_0^0 N(0, \sigma)$ (Wahrscheinlichkeit ist Fläche unter der Verteilungsdichtefunktion und die ist Null)
2. Vergleich mit Normal der gleichen Messgröße
3. Länge (Meter, m), Masse (Kilogramm, kg), Zeit (Sekunde, s), Stromstärke (Ampere, A), Temperatur (Kelvin, K), Stoffmenge (Mol, mol), Lichtstärke (Candela, cd)
4. superponierende äußere Störeinflüsse
5. $(\frac{8,6}{5}\sqrt{15})^2 = 44,376 \rightarrow 45$
6. Standardabweichung ist Grenzwert der Streuung für $n \rightarrow \infty$
oder
Streuung ist Eigenschaft der Stichprobe, Standardabweichung ist Eigenschaft der Grundgesamtheit
oder:
Streuung ist bester Schätzwert für Standardabweichung
7. nein, ST ist hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium. Durch Verwendung von Zusatzinformationen über das Signal ist verlustfreie Rekonstruktion u.U. auch anders möglich.
8. 100%, da Vertrauensbereich durch den Mittelwert definiert wird ($\bar{x} \pm c$)

Aufgabe 1.

H_0 : Stichprobe ist normalverteilt

$n = 1500$

i	x_{g_i}	B_i	z_i	$\Phi(x_{g_i})$	$\Phi(x_{g_i}) - \Phi(x_{g_{i-1}})$	E_i	$\frac{(B_{i^*} - E_{i^*})^2}{E_{i^*}}$
1	10	61	-2	0,022750	0,022750	34,1250	21,1653
2	20	197	-1	0,158655	0,135905	203,8575	0,2307
3	30	499	0	0,500000	0,341345	512,0175	0,3310
4	40	521	1	0,841345	0,341345	512,0175	0,1576
5		222		1,000000	0,158655	237,9825	1,0734
						$\chi^2 =$	22,9579

Die Verteilungsfunktion hat keine Parameter, die von der Stichprobe abhängig sind.

$$\Rightarrow s = 5 - 1 = 4$$

$$p = 0,99$$

$$\chi_{krit}^2 = 13,3$$

$$\chi_0^2 > \chi_{krit}^2$$

$\Rightarrow H_0$ ist abzulehnen.

\Rightarrow Stichprobe ist mit statistischer Sicherheit von 99% nicht normalverteilt.

Aufgabe 2.

a)

Wahl der Größen: man möchte später die Temperatur in Abhängigkeit des Widerstandes ermitteln. Darum ist Widerstand = X und Temperatur = Y.

$$\bar{x} = 116,2778 \text{ k}\Omega \quad S_x = 32,6362 \text{ k}\Omega$$

$$\bar{y} = 20,1556 \text{ }^\circ\text{C}$$

Lösungstabelle nach Formel 1:

Widerstand x_i in k Ω	Temperatur y_i in $^\circ\text{C}$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y} + b(\bar{x} - x_i))^2$
161,7	9,8	45,42	-10,36	-470,37	2063,18	0,4689
150,7	12,5	34,42	-7,66	-263,52	1184,89	0,1068
139,5	15,1	23,22	-5,06	-117,40	539,27	0,0124
130,6	18,0	14,32	-2,16	-30,87	205,13	0,7988
118,1	20,0	1,82	-0,16	-0,28	3,32	0,0540
107,0	22,9	-9,28	2,74	-25,46	86,08	0,5915
93,4	24,9	-22,88	4,74	-108,54	523,39	0,0160
80,7	27,9	-35,58	7,74	-275,53	1265,78	0,0288
64,8	30,3	-51,48	10,14	-522,21	2649,96	0,6653
$\Sigma =$				-1814,20	8521,00	2,7425

Lösungstabelle nach Formel 2:

Position x_i in mm	Durchfluss y_i in Liter/h	x_i^2	$x_i * y_i$	$(y_i - \bar{y} + b(\bar{x} - x_i))^2$
161,7	9,8	26146,89	1584,66	0,46887
150,7	12,5	22710,49	1883,75	0,10676
139,5	15,1	19460,25	2106,45	0,01239
130,6	18,0	17056,36	2350,80	0,79884
118,1	20,0	13947,61	2362,00	0,05402
107,0	22,9	11449,00	2450,30	0,59154
93,4	24,9	8723,56	2325,66	0,01599
80,7	27,9	6512,49	2251,53	0,02877
64,8	30,3	4199,04	1963,44	0,66529
$\Sigma =$		130205,69	19278,59	2,7425

$$b = -0,2129 \text{ }^\circ\text{C/kg}$$

$$\sigma^2 = 0,3918 \quad (\sigma = 0,6259)$$

$$t_{7;0,995} = 3,50$$

$$c_b = 0,022\,38\text{ °C/kg}$$

alternativ Vertrauensintervall: $[-0,2353; -0,1905]\text{ °C/kg}$

$$\text{b) } y(R = 127,3\text{ k}\Omega) = (17,81 \pm 0,7708)\text{ °C} \quad P = 99\%$$