Musterlösung zur Klausur Einführung in die statistische Messdatenauswertung für Biotechnologen vom 12.3.2010

Kurzfragen

1. superponierende (z.B. Kondensationswasser an gefrohrenem Wägestück, Störspannung durch elektromagnetische Einstrahlung) und deformierende (z.B. ungleichmäßige Längenänderung der Arme einer Balkenwaage durch Erwärmung)

2. a) 1

   b) 1

3. $h = \dfrac{H}{n \cdot \Delta x}$

   oder: $\dfrac{h}{H} = \dfrac{1}{n \cdot \Delta x}$

   oder: Die rel. HD ist die abs. H. geteilt durch die Gesamtanzahl der Elemente und die Intervallbreite.

4. rechnerische Korrektur, Kompensation

5. 50 %

6. Man kann überprüfen, ob mehrere Stichproben einer Grundgesamtheit angehören.

7. Eine intensive Messgröße bleibt bei Teilung des Systems erhalten (ist unabhängig von der Systemgröße). Z.B.: Temperatur, Druck

Aufgabe 1.

$$U = \frac{22,4\,\mathrm{l}}{32\,\mathrm{g}} = 0,7\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{g}}$$

Gegeben:

$c_F = 6 * 0,0066\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{h}} = 0,0396\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{h}} \quad P = 95\,\% \rightarrow$ umrechnen!

$c_{p_1} = 9,3 * 0,013\,{}^{\mathrm{mg}}\!/\!{}_{\mathrm{l}} = 0,1209\,{}^{\mathrm{mg}}\!/\!{}_{\mathrm{l}} \quad P = 99\,\% \rightarrow$ nicht umrechnen

$c_{p_2} = 3,7 * 0,013\,{}^{\mathrm{mg}}\!/\!{}_{\mathrm{l}} = 0,0481\,{}^{\mathrm{mg}}\!/\!{}_{\mathrm{l}} \quad P = 99\,\% \rightarrow$ nicht umrechnen

M: $\quad \overline{M} = 251,1167\,\mathrm{g} \qquad S_M = 0,194079\,\mathrm{g}$

mit $n = 6$, $fg = 1$ und $\alpha = 0,01$ ergibt sich $t_{n-fg\,;\,1-\frac{\alpha}{2}} = t_{5\,;\,0{,}995} = 4,03$

$\rightarrow c_M(P = 99\,\%) = 0,3193\,\mathrm{g}$

F: $$c_F(P = 99\,\%) = \frac{t_{\infty\,;\,0{,}995}}{t_{\infty\,;\,0{,}975}} \cdot c_F(95\,\%) = \frac{2,58}{1,96} \cdot 0,0396\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{h}} = 0,0521\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{h}}$$

V: $$\overline{V} = \frac{(p_1 - p_2) \cdot F \cdot U}{M}\Bigg|_{\overline{x_i}} = 0,09366\,{}^{\mathrm{ml}}\!/\!{}_{\mathrm{g \cdot h}}$$

$\mathbf{c_V}$:

Achtung: Es ist nicht zulässig, nach der Differenz $\Delta p = p_1 - p_2$ abzuleiten! Jedes p_i hat seine eigene Unsicherheit. Dieses ist auch leicht einzusehen, wenn man sich überlegt, daß ja die Unsicherheit $c_{\Delta p}$ nicht gleich 0 ist, wenn p_1 zufällig gleich p_2 ist $(0,013 \cdot 0)$.

$$\frac{\partial V}{\partial p_1}\Bigg|_{\overline{x_i}} = \frac{F \cdot U}{M}\Bigg|_{\overline{x_i}} = \frac{6\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{h}} \cdot 0,7\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{g}}}{251,1167\,\mathrm{g}} = 0,01672\frac{\mathrm{l}^2}{\mathrm{h} \cdot \mathrm{g}^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial p_2}\Bigg|_{\overline{x_i}} = -\frac{F \cdot U}{M}\Bigg|_{\overline{x_i}} = \ldots = -0,01672\frac{\mathrm{l}^2}{\mathrm{h} \cdot \mathrm{g}^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial F}\Bigg|_{\overline{x_i}} = \frac{(p_1 - p_2) \cdot U}{M}\Bigg|_{\overline{x_i}} = \frac{(9,3 - 3,7)\,{}^{\mathrm{mg}}\!/\!{}_{\mathrm{l}} \cdot 0,7\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{g}}}{251,1167\,\mathrm{g}} = 0,01561\frac{\mathrm{ml}}{\mathrm{l} \cdot \mathrm{g}}$$

$$\frac{\partial V}{\partial M}\Bigg|_{\overline{x_i}} = -\frac{(p_1 - p_2) \cdot F \cdot U}{M^2}\Bigg|_{\overline{x_i}} = \frac{(9,3 - 3,7)\,{}^{\mathrm{mg}}\!/\!{}_{\mathrm{l}} \cdot 6\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{h}} \cdot 0,7\,{}^{\mathrm{l}}\!/\!{}_{\mathrm{g}}}{251,1167^2\,\mathrm{g}^2} = -3,7298 \cdot 10^{-4}\frac{\mathrm{ml}}{\mathrm{g}^2\,\mathrm{h}}$$

Es ist auch möglich, das U bei den Ableitungen zu ignorieren und erst beim Einsetzen der p_i bzw. c_{p_i} wieder anzumultiplizieren, da es ja nicht zwingend zum funktionalen Zusammenhang gehört, sondern nur zur Einheitenumrechnung dient.

$$c_V = \sqrt{\cdots} = \sqrt{(2,02123 \cdot 10^{-3})^2 + (-8,04232 \cdot 10^{-4})^2 + (8,12977 \cdot 10^{-4})^2 + (-1,19095 \cdot 10^{4})^2}$$

$$c_V = \sqrt{4,086252 \cdot 10^{-6} + 6,467891 \cdot 10^{-7} + 6,609320 \cdot 10^{-7} + 1,418367 \cdot 10^{-8}}$$

$$c_V = 0,002326 \frac{\mathrm{ml}}{\mathrm{g} \cdot \mathrm{h}}$$

$$\underline{\mathbf{V = 0,09366 \pm 0,002326} \frac{\mathrm{ml}}{\mathrm{g} \cdot \mathrm{h}} \quad \mathbf{P = 99}\,\%}$$

Aufgabe 2.

Es ist zu erwarten, daß die Unterschiede zwischen den Fischen größer sind, als die Änderungen aufgrund des Sauerstoffgehaltes. Daher wird ein T-Test für verbundene Stichproben durchgeführt. Da Abweichungen des Sauerstoffsverbrauchs nach oben und nach unten interessieren, wird ein zweiseitiger Test gemacht.

Fisch Nr.:	1	2	3	4	5	6	7
D_h / (mg/l) :	3,1579	2,4558	2,9610	2,0513	2,8500	3,2284	2,8175
D_h / (mg/l) :	3,1143	2,3050	3,0086	2,0341	2,6865	3,1588	2,8459
d / (mg/l) :	0,0436	0,1508	-0,0476	0,0172	0,1635	0,0696	-0,0284

$\overline{d} = 0,052671 \mathrm{^{mg}/_{l}}$

$S_d = 0,081819 \mathrm{^{mg}/_{l}}$

$\mathsf{H}_0 : \mu_d = 0$

$\mathsf{H}_1 : \mu_d \neq 0$

$t_0 = 1,7032$

$t_{krit} = t_{6\,;\,0{,}975} = 2,45$

$|t_0| < t_{krit}$

$1,7032 < 2,45 \qquad \rightarrow \mathsf{H}_0$ wird nicht abgelehnt.

D.h. der Sauerstoffverbrauch hängt auf einem Signifikanzniveau von 95 % nicht vom Sauerstoffgehalt des Wassers ab.