Name: ______________________________

Matrikel-Nr.: ________________________

Studiengang: ________________________

Klausur

Messsignalverarbeitung im Maschinenbau

10. September 2015

Musterlösung

PUNKTE	NOTE

Hinweise zur Prüfung

1. Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

2. Schriftliche Unterlagen sowie bereits programmierte Taschenrechner sind nicht zugelassen. Verstöße dagegen bzw. andere Täuschungsversuche werden gemäß der Prüfungsordnung geahndet.

3. Der Studentenausweis ist zusammen mit einem Lichtbildausweis sichtbar auszulegen.

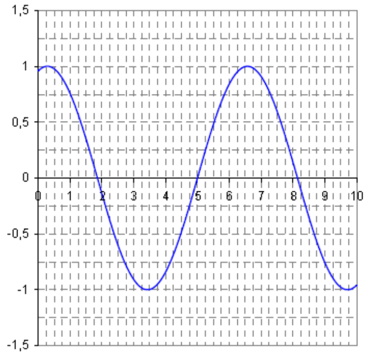
4. Auf das Deckblatt sind der Name, der Vorname, die Matrikelnummer und der Studiengang einzutragen. Auf allen anderen abgegebenen Blättern ist zumindest der Name zu vermerken. Das Deckblatt – nicht die Aufgabenstellung – ist als oberes Blatt der Klausur abzugeben.

Kurzfragen

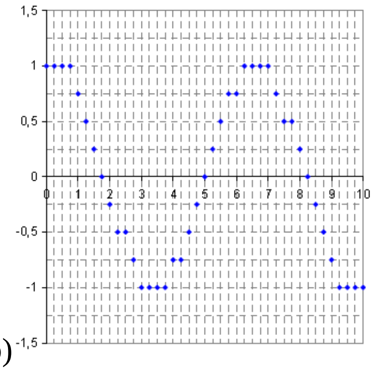
1.) Definieren Sie die Begriffe Messsignal, Messsystem und Messeinrichtung!

- **Messsignal:** Physikalische Größen am Ausgang eines Messsystems, die Informationen über das Messobjekt enthalten.
- **Messsystem:** Mindestens eine Messeinrichtung + Messobjekt
- **Messeinrichtung:** Mindestens ein Messgerät (+ Zusatzkomponenten)

2.) In der untenstehenden Abbildung sind zwei Signalarten gegeben. Um welche Signalarten handelt es sich und was zeichnet sie aus?



a)



b)

a) Linkes Bild: Zeit- und Wertkontinuierlich/Analog

Analoge Signale sind zeit- und wertkontinuierlich, d.h. sie sind zu jedem Zeitpunkt definiert und können beliebige Werte annehmen.

b) Rechtes Bild: Zeit- und Wertdiskret/Digital

Digitale Signale sind (zeit-) und wertdiskret, d.h. sie sind nur zu bestimmten Zeitpunkten definiert und können nur endlich viele Werte annehmen.

3.) Definieren sie den Begriff „aperiodisches Signal“?

Ein aperiodisches Signal ist dadurch gekennzeichnet, dass keine Periodendauer T existiert für die gilt f(t+T)=f(t).

4.) Nennen Sie jeweils eine mathematische Beschreibungsform im Frequenzbereich für deterministische und für stochastische Signale!

	Frequenzbereich		**Frequenzbereich**
deterministisch	Fourierzerlegung (Spektrum) $x(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot e^{-i\omega t}dt$ Laplacetransformation $x(s)=\int_{0}^{\infty} x(t)\cdot e^{-st}dt$	**stochastisch**	Spektrale Leistungsdichte $S_{xx}=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_{xx}(\tau)e^{-i\omega t}d\tau$

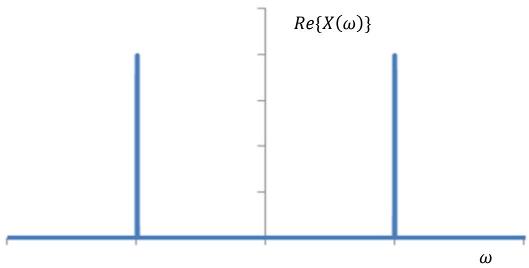
5.) Erläutern Sie den Begriff Autokorrelationsfunktion und nennen Sie eine Signaleigenschaft, die mit der Autokorrelationsfunktion ermittelt werden kann!

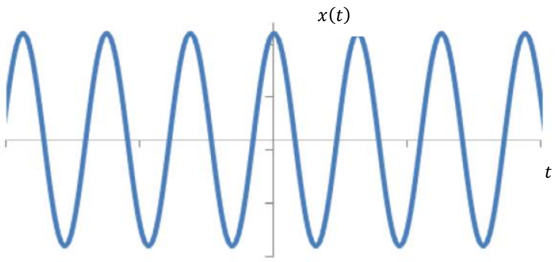
Autokorrelationsfunktion:

$$\Phi_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt$$

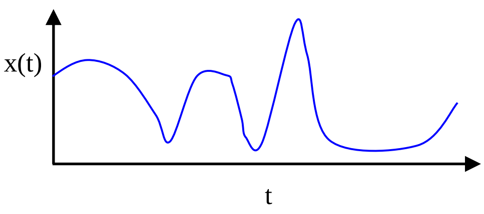
Die Autokorrelationsfunktion beschreibt die Ähnlichkeit eines Signals (Korrelation) mit sich selbst. Sie ist eine deterministische Ersatzfunktion für das stochastische Signal. Periodische Anteile im Signal können in der Autokorrelationsfunktion extrahiert werden bzw. verrauschte periodische Signale können rekonstruiert werden. Die Autokorrelationsfunktion eines Rauschsignals fällt mit wachsendem ab und zwar umso schneller, je höher die dominierenden Frequenzanteile des Rauschens sind. Ermittelt werden kann zum Beispiel die zeitliche Verschiebung eines Echosignals.

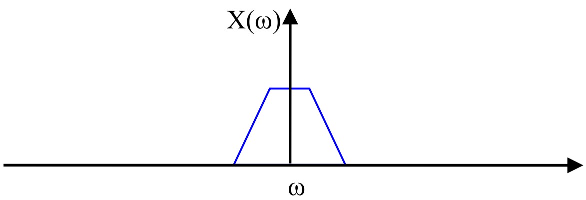
6.) Ein Signal besitzt folgendes Spektrum im Frequenzbereich. Zeichnen Sie das zugehörige Signal im Zeitbereich!





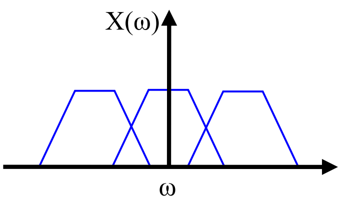
7.) Erläutern Sie das Abtasttheorem nach Shannon! In der folgenden Abbildung ist ein kontinuierliches Signal schematisch im Zeitbereich und im Frequenzbereich dargestellt. Skizzieren Sie das Spektrum des abgetasteten Signals jeweils für die Fälle Überabtastung und Unterabtastung!



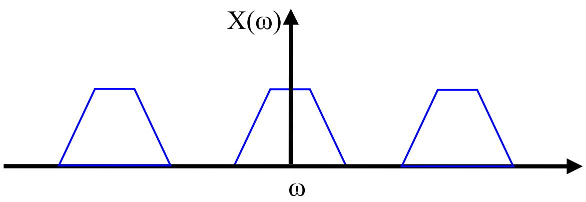


Ein kontinuierliches bandbegrenztes Signal muss mit mindestens der doppelten maximalen Signalfrequenz abgetastet werden, damit eine Rekonstruktion des Signals ohne Informationsverlust möglich ist.

Unterabtastung

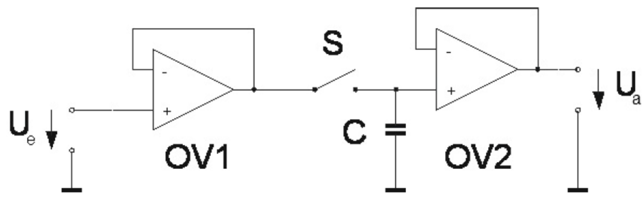


Überabtastung



8.) Zeichen Sie den Aufbau eines Abtast-Halte-Gliedes und erläutern Sie dessen Funktion bei der AD-Umsetzung.

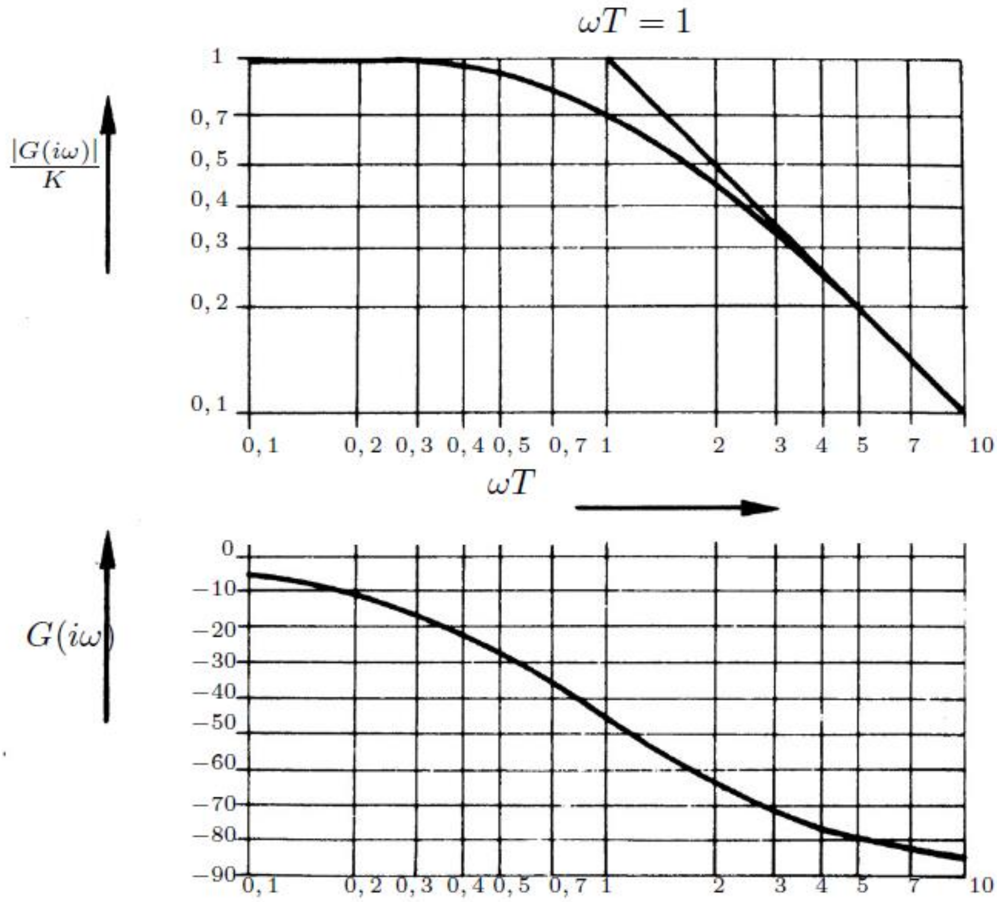
Um eine analoge elektrische Spannung in einen digitalen Zahlenwert umzusetzen, benötigt man aus zwei Gründen ein so genanntes Abtast-Halte-Glied (Sample and Hold). Zum Einen dient diese Schaltung als Impedanzwandler; durch einen möglichst großen Eingangswiderstand soll die umzusetzende Spannung so wenig wie möglich verfälscht werden. Zum Anderen wird am Ausgang eine konstante Spannung zur Verfügung gestellt, welche dem Spannungswert zum Zeitpunkt der Abtastung entspricht. So kann die Umsetzung unabhängig von der Signaldynamik erfolgen.



9.) Geben Sie jeweils für Analog-Digital-Umsetzer nach dem Zähl- und dem Wäge-Verfahren die Anzahl der benötigten Umsetzungsschritte und die durch die Schaltung zur Verfügung gestellten Referenzspannungen (Normale) für eine Auflösung von 8-bit an.

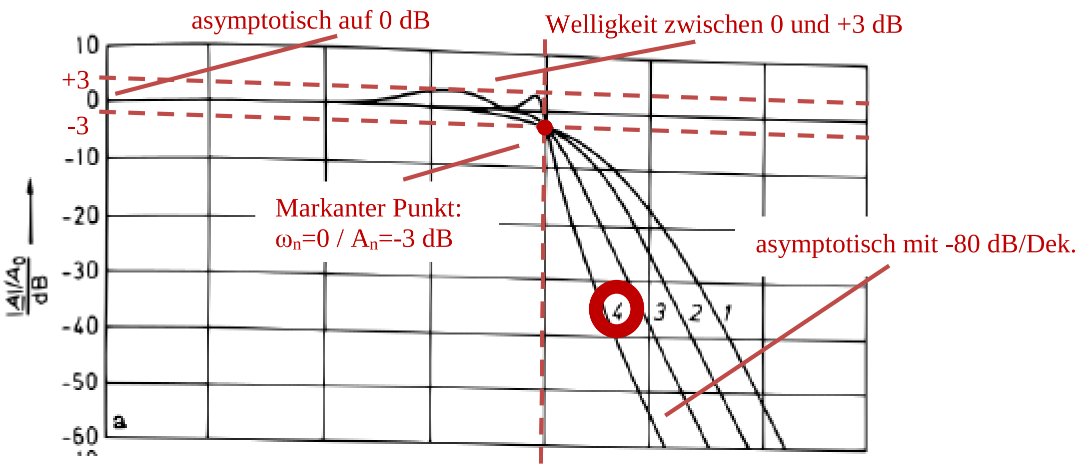
		Schaltungsaufwand	Zeitaufwand
	Verfahren	**Normale**	**Schritte**
aufwändiger ↑ schneller ↑	Wäge-Verfahren	N (=8)	N (=8)
	erweitertes Zählverfahren	2	$2 \cdot 2^{\frac{N}{2}}$ für gerade N (=32)
	Zähl-Verfahren	1	n (=256)
Legende:	$n = 2^N$	N → Bit	(Zahlen in Klammern gelten für 8-bit Umsetzer)

10.) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm eines Tiefpass 1. Ordnung. Achten Sie auf Vollständigkeit der Diagrammbeschriftung!



11.) Beschreiben Sie die Eigenschaften eines Tschebycheff-Tiefpass-Filters im Frequenz- und im Zeitbereich. Skizzieren Sie den Amplitudengang eines Tschebycheff-Tiefpass-Filters 4. Ordnung mit einer Welligkeit von 3dB und markieren Sie charakteristische Punkte im Amplitudengang. Verwenden Sie dazu das **Zusatzblatt auf Seite 10** der Aufgabenstellung und geben Sie dieses mit ab! Nennen Sie eine alternative Filtercharakteristik.

Bei Tschebyscheff-Tiefpassfiltern fällt die Amplitude oberhalb der Grenzfrequenz sehr steil ab. Unterhalb der Grenzfrequenz verläuft die Amplitude im Gegensatz zu den Butterworth-Filtern wellig. Bei gegebener Ordnung nimmt die Steilheit oberhalb der Grenzfrequenz mit der Amplitude dieser Welligkeit im Durchlassbereich zu. Diese Filter neigen noch stärker zum Überschwingen im Zeitbereich.

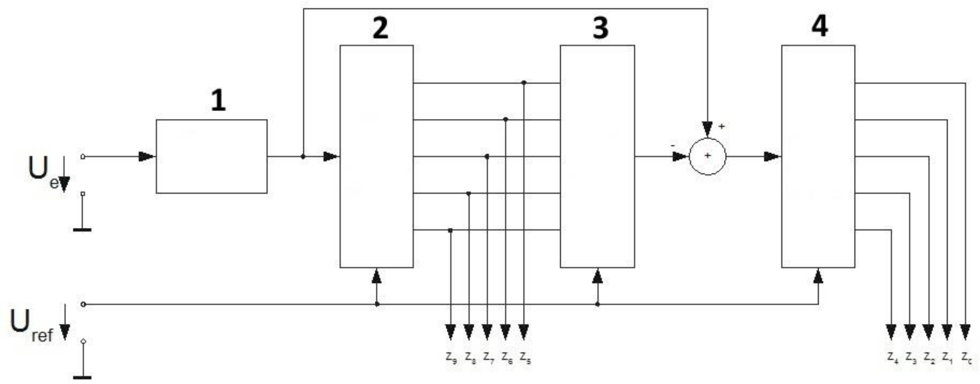


12.) Nennen Sie den wesentlichen Unterschied zwischen der Fourier- und der Wavelettransformation hinsichtlich der Analyse instationärer Signale!

Im Gegensatz zur Fourier-Analyse lassen sich mit der Wavelet-Analyse die Frequenzanteile in einem Signal lokalisieren. Der Zeitpunkt oder der Ort, an dem bestimmte Frequenzen auftreten, ist also mit der Wavelet-Analyse bestimmbar. Diese Möglichkeit macht die Wavelet-Analyse besonders für instationäre Signale interessant, da die Änderungen des Signals mit der Fourier-Analyse nicht aufgelöst werden können.

Anwendungsaufgaben

13.) In der folgenden Abbildung ist die Schaltung eines Analog-Digital-Umsetzers gezeigt:



Beantworten Sie hierzu folgende Fragen:

a.) Um welches Umsetzungsverfahren handelt es sich?

Kaskaden-Verfahren

b.) Welche Auflösung weist der Umsetzer auf?

10-bit

c.) Wie viele Schritte werden für eine Umsetzung benötigt?

2-Schritte

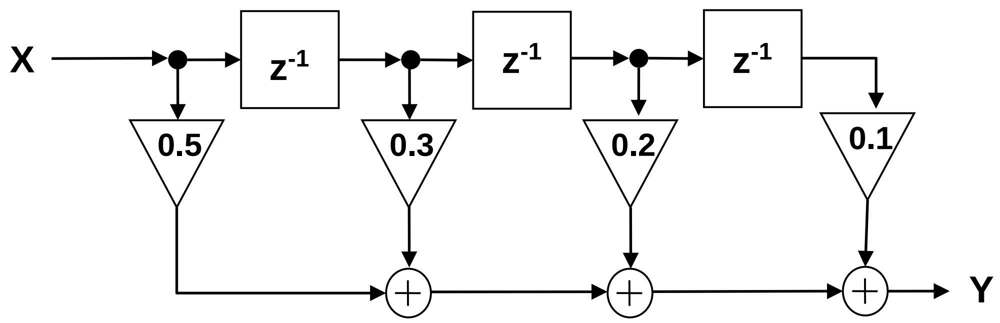
d.) Beschriften Sie die Blöcke! Welche Funktion erfüllt der mit 3 bezeichnete Block?

a. Block 1: Abtast-Halte-Glied
b. Block 2: A-D-Umsetzer 5-bit
c. Block 3: D-A-Umsetzer 5-bit
Mit einem Digital-Analog-Umsetzer wird die zugehörige Spannung bestimmt, um sie von der Eingangsspannung zu subtrahieren.
d. Block 4: A-D-Umsetzer 5-bit

e.) Wann ist der Einsatz dieses Umsetzungsverfahrens sinnvoll und welchen Vorteil bietet das Verfahren gegenüber dem verwandten Parallelverfahren?

Sinnvoll ist der Einsatz, wenn eine schnelle Umsetzung erforderlich ist, bei gleichzeitiger Reduzierung des Schaltungsaufwands. Gegenüber dem Parallelumsetzer werden statt 1023 Spannungsvergleichern (Komparatoren) nur 62 benötigt, und Z steht schon nach zwei Schritten zur Verfügung.

14.) In der folgenden Abbildung ist der Signalfluss eines digitalen Filters gezeigt:



Beantworten Sie hierzu folgende Fragen:

a.) Um welche Realisierungsform eines digitalen Filter handelt es sich?

FIR-Filter mit globalem Summierer

b.) An welchem schaltungstechnischen Merkmal lässt sich die Realisierungsform erkennen?

Zusammenfassung der Summationen in einem Punkt und keine Rückführung bzw. alle $\beta_i=0$

c.) Was ist die grundlegende Eigenschaft dieser Realisierungsform hinsichtlich des Impuls-Antwortverhaltens?

endliche Impulsantwort, d.h. die Impulsantwort für ein Filter der n-ter Ordnung ist nach n Schritten abgeklungen

d.) Welche Ordnung besitzt das Filter?

Ordnung $n = 3$

e.) Ein stark verrauschtes Signal wird mit diesem Filter gefiltert. Wird das Rauschen: verstärkt, nicht verändert, gedämpft?

Gedämpft, da Tiefpassverhalten

15.) Ein analoges Sensorsignal soll digital weiterverarbeitet werden.

Folgende Randbedingungen sind bekannt:

- Frequenzbereich des Nutzsignals: 0 kHz…5 kHz
- Abtastrate des ADUs: 50 kHz
- Ordnung des Filters: 5

Legen Sie ein geeignetes Anti-Aliasing Filter mit Butterworth-Charakteristik für diese Anwendung aus. Die notwendigen Formeln und Tabellen finden Sie im Anhang auf Seite 12. Gehen Sie bei der Auslegung wie folgt vor:

a.) Wählen Sie eine sinnvolle Grenzfrequenz für das Filter und normieren Sie die angegebenen Frequenzen auf diesen Wert.

b.) Berechnen Sie die maximal mögliche Auflösung des AD-Umsetzers unter der Bedingung, dass die höheren Frequenzen des Signals bei der Nyquist-Frequenz kleiner als ½ LSB sind.

c.) Berechnen Sie die Filterkoeffizienten α_i und β_i und geben Sie die gesamte Filterübertragungsfunktion H(s) an.

Lösung:

a.) f_g*=5kHz*

normierte Grenzfrequenz: $\omega_g = 2\pi f_g = 31.415{,}93$ *rad/s* ➔ $\Omega_g = \omega_g/\omega_g = 1$

normierte Abtastfrequenz: $\omega_a = 2\pi f_a = 314.159{,}27{,}97$ *rad/s* ➔ $\Omega_a = \omega_a/\omega_g = 10$

normierte Nyquistfrequenz: $\omega_n = 1/2\ \omega_a = 157.079{,}63$ *rad/s* ➔ $\Omega_n = \omega_n/\omega_g = 5$

b.) Verstärkung des Filters mindestens -70dB (Aus Grafik für Butterworth-Filter $n=5, \Omega_n=5$*)*

$$\text{in dB} \Rightarrow \text{-}70\text{dB} = 20 \cdot \log_{10} \tfrac{1}{2} LSB \Rightarrow \tfrac{1}{2} LSB = 0{,}000316228$$

$$1LSB = \tfrac{1}{2} LSB \cdot 2 = \frac{1}{Bit} \Rightarrow n \le \frac{\log 1581{,}1}{\log 2} \le 10{,}62 Bit$$

$$\Rightarrow 10 Bit$$

c.) Siehe Anhang S. 12

n=5 ➔ *-70dB* ➔

Filterkoeffizienten aus Tabelle: $a_1=1$; $a_2=1{,}6180$; $a_3=0{,}6180$; $b_1=0$; $b_2=b_3=1$

„Entnormierung" der Koeffizienten und Berechnung von H(s):

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{\omega_g} = 3{,}18 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha_2 = \frac{a_2}{\omega_g} = 5{,}15 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha_3 = \frac{a_3}{\omega_g} = 1{,}97 \cdot 10^{-5}$$

$$\beta_1 = \frac{b_1}{\omega_g^2} = 0$$

$$\beta_2 = \frac{b_2}{\omega_g^2} = 1{,}01 \cdot 10^{-9}$$

$$\beta_3 = \frac{b_3}{\omega_g^2} = 1{,}01 \cdot 10^{-9}$$

$$\Rightarrow A(j\omega) = \frac{1}{1+3{,}18\cdot 10^{-5}\,j\omega} * \frac{1}{1+5{,}15\cdot 10^{-5}\,j\omega - 1{,}01\cdot 10^{-9}\,\omega^2} * \frac{1}{1+1{,}97\cdot 10^{-5}\,j\omega - 1{,}01\cdot 10^{-9}\,\omega^2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{H(s) = \frac{1}{3{,}18\cdot 10^{-5}s+1} * \frac{1}{1{,}01\cdot 10^{-9}s^2 + 5{,}15\cdot 10^{-5}s+1} * \frac{1}{1{,}01\cdot 10^{-9}s^2 + 1{,}97\cdot 10^{-5}s+1}}}$$

16.) Sie möchten eine Kamera für die Gewinnung von Graustufen-Livebildern verwenden. Folgende Daten haben Sie dem Datenblatt der Kamera entnommen. Welche Framerate ist bei der Verwendung von Firewire 800 mit einer maximalen Übertragung von 800 Mbit/s möglich. Wird diese Bildrate noch als flüssig (Bildrate>24 Bilder pro Sekunde) wahrgenommen? Ist eine Übertragung von Farbbildern mit 3*10bit Daten für die Farbkanäle noch flüssig möglich und wenn ja, mit welcher Bildrate? Begründen Sie Ihre Aussage!

Auflösung	2048 x 2048
Sensorgröße	15,15 mm x 15,15 mm
Pixelgröße	7,4 µm x 7,4 µm
Bittiefe	10 Bit

Datenrate = Anzahl der Pixel · Bittiefe · Bildrate

$$Bildrate = \frac{800MBit/s\cdot 1024^2}{\left(10\frac{Bit}{Pixel}\cdot(2048\cdot 2048)\frac{Pixel}{Bild}\cdot\right)} = 20\frac{\text{Bilder}}{\text{Sekunde}}$$

$$Umrechnung\,in\,\frac{Bit}{Sekunde}\;\; mit\;1Byte = 8Bit$$

$$DR = 800\cdot 1024^2 = 838860800\frac{Bit}{Sekunde}$$

➔ 125 MByte/s Datenrate werden für 25 Bilder benötigt. Es gibt kein flüssiges Bild

➔Da eine flüssige Übertragung schon bei Graubildern nicht möglich ist, ist auch bei einer Verdreifachung der Datenrate kein flüssiges Bild möglich.

17.) Sie möchten aus einem Bild Kanten herausarbeiten.

a) Nennen Sie zwei Filter für das Hervorheben von Kanten!

Sobel und Laplace alternativ:SobelX; SobelY

b) Welche mathematische Operation wird bei der Filterung mit einem linearen lokalen Filter auf dem Bild ausgeführt?

Es wird eine Faltung des Bildes mit einer Filtermatrix durchgeführt. Alternative: lokale Gewichtung von Bildpunkten durch Multiplikation mit einer Filtermatrix und Errechnen eines neuen Bildpunkts im Zentrum des Filters durch Summation der gewichteten Werte.

c) Geben Sie die Filtermatrix für einen Laplace-Filter der Größe 3x3 an!

$$\begin{matrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix}$$

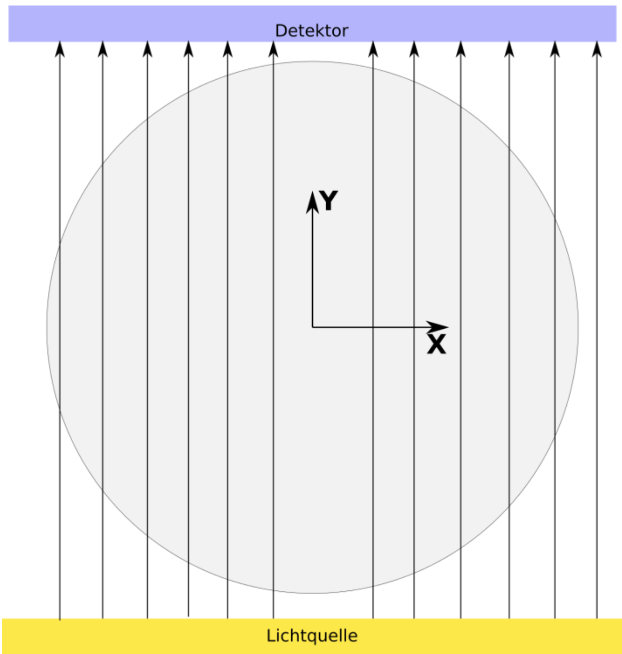
d) Erläutern Sie die mathematische Funktionsweise des Filters und beschreiben Sie den Nachteil dieses Filters bei der Anwendung auf durch Störungen beeinflusste Bilder!

Mit diesem Operator wird die zweite Ableitung des Bildes numerisch durchgeführt. Deshalb ist der Laplacefilter sehr störempfindlich und kann auf verrauschten Bildern sehr schlecht eingesetzt werden. Aus diesem Grund wird dieses Filter häufig mit einem Tiefpass kombiniert.

e) Nennen Sie einen Filtertyp der bei einem „Salt and Pepper“ verrauschten Bild vor dem Laplace-Filter eingesetzt werden kann, um das Ergebnis des Laplace-Filters zu verbessern!

Median-Filter

18.) Es ist folgende Beschreibung einer Messung gegeben:



Ein zylinderförmiger Körper mit dem Radius r=1cm wird in der Messebene mittels einer Lichtquelle durchstrahlt, die paralleles Licht einheitlicher Intensität I_{org} aussendet. Die Messebene liegt senkrecht zur Zylinderachse des Messobjekts. Das Messobjekt ist opak und reduziert die Intensität des eingestrahlten Lichtes mit

$$I_d = I_{org} \cdot \left(1 - 0{,}5 \cdot \frac{L}{r}\right)$$

für die im Objekt zurückgelegte Wegstrecke L. Der Einfluss der Brechung auf dem Weg des Lichtes durch den Zylinder sei dabei zu vernachlässigen. Gegenüber der Lichtquelle nimmt ein linienhafter Detektor die ausgesendete Strahlung auf.

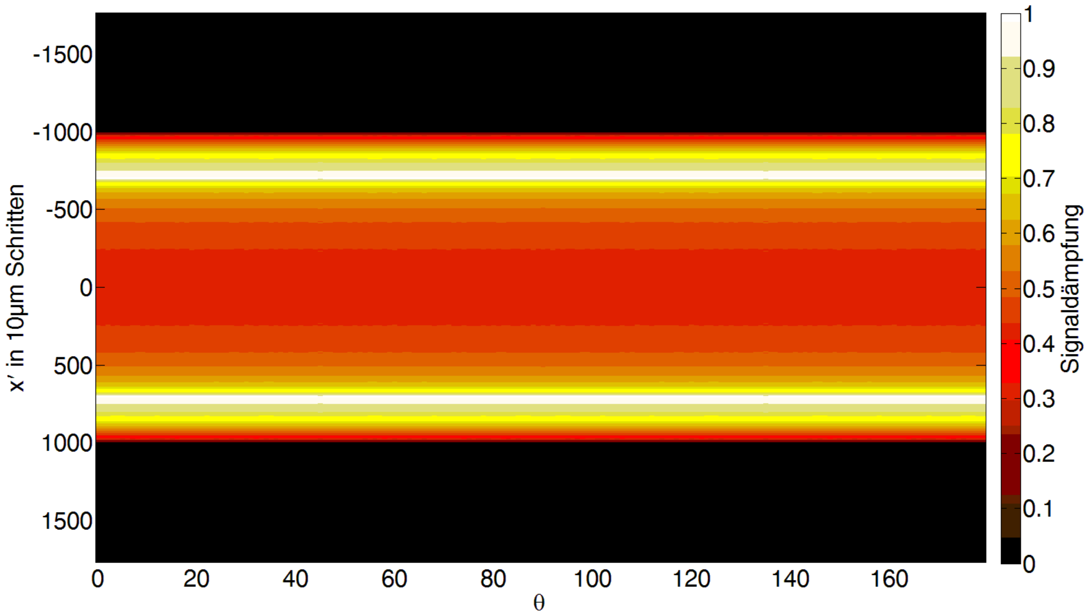
a) Geben Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Abstand x vom Ursprung des Koordinatensystems und der aufgezeichneten Intensität an.

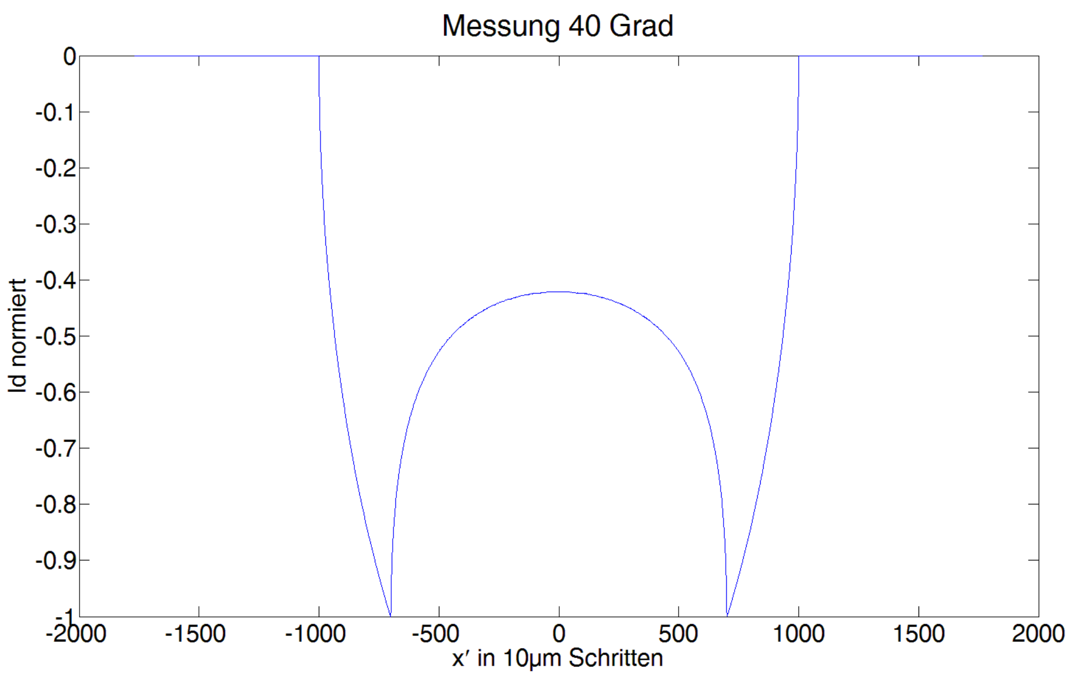
$$\text{Sekante des Kreises: } r^2 = x^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$\text{Nach L umgestellt: } L = 2 \cdot \sqrt{(r^2 - x^2)}$$

$$\text{Eingesetzt ergibt sich: } I_d = I_{org} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r}\right)$$

Das Messobjekt wird für die Messung um die Zylinderachse gedreht und der Verlauf der Intensität aus verschiedenen Richtungen aufgezeichnet. Dabei ergibt sich, dass alle Intensitätsverläufe die in folgender Abbildung dargestellt Form haben.





b) Welche Information bezüglich der Geometrie des Prüfkörpers können Sie aus dem dargestellten Intensitätsverlauf ableiten?

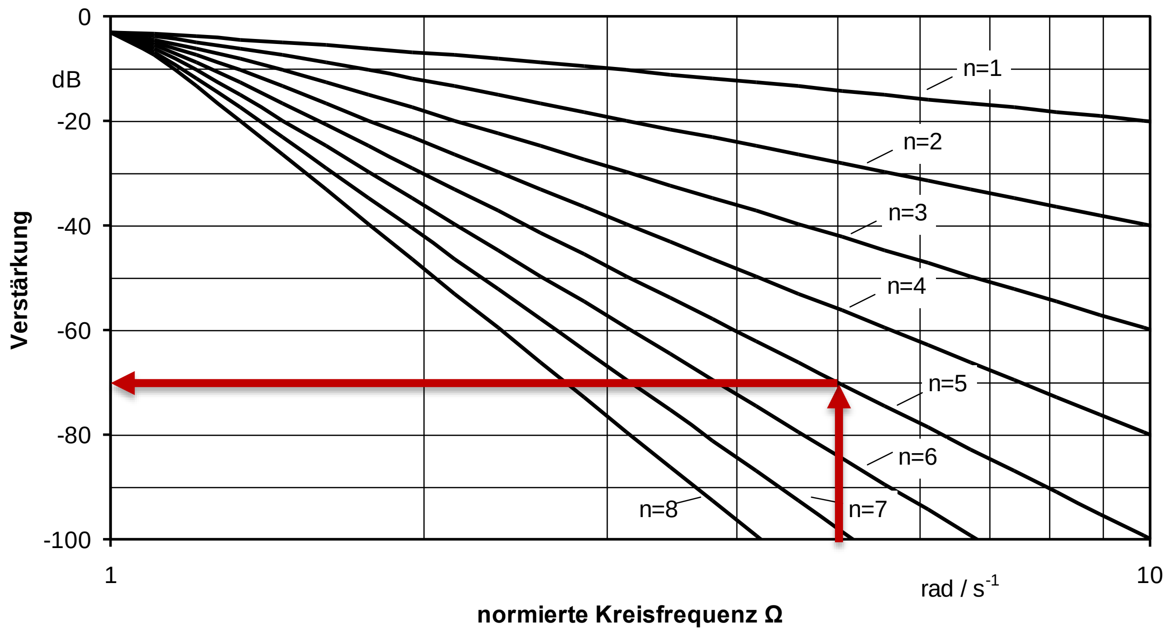
Der Prüfkörper ist ein Hohlzylinder mit einem Außendurchmesser von 2cm und einem Innendurchmesser von 1,4cm

c) Auf welches mathematische Verfahren deutet der im vorigen dargestellte Auswerteprozess hin? In welchen Messsystemen wird diese Art der Auswertung verwendet?

Radon-Transformation

Computertomographie

Butterworth-Filter 1. bis 8. Ordnung (ohne Durchlassbereich)



Ordnung n	Index i	a_i	b_i
1	1	1,0000	0
2	1	1,4142	1,0000
3	1	1,0000	0
	2	1,0000	1,0000
4	1	1,8478	1,0000
	2	0,7654	1,0000
5	1	1,0000	0
	2	1,6180	1,0000
	3	0,6180	1,0000
6	1	1,9319	1,0000
	2	1,4142	1,0000
	3	0,5176	1,0000
7	1	1,0000	0
	2	1,8019	1,0000
	3	1,2470	1,0000
	4	0,4450	1,0000
8	1	1,9616	1,0000
	2	1,6629	1,0000
	3	1,1111	1,0000
	4	0,3902	1,0000

Die angegebene Tabelle ist auf die Grenzfrequenz von $\omega_g=1$ normiert. Die in der Tabelle angegebenen Filter haben damit die Übertragungsfunktion:

$$H(j\Omega)=\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}=\frac{1}{\left(1+a_1*j\Omega-b_1*\Omega^2\right)}*$$
$$*\frac{1}{\left(1+a_2*j\Omega-b_2*\Omega^2\right)}*\frac{1}{\left(1+a_3*j\Omega-b_3*\Omega^2\right)}\cdots\cdots \quad (1)$$

mit den (normierten) Koeffizienten a_i, b_i und der normierten Frequenz Ω. Die Umrechnung in die gewünschte Übertragungsfunktion und die gewünschten Koeffizienten erfolgt sehr einfach durch Koeffizientenvergleich. Mit der Beziehung für die normierte Frequenz

$$\Omega=\frac{\omega}{\omega_g} \qquad (2)$$

lassen sich die zu realisierenden Koeffizienten α_i, β_i aus den normierten Koeffizienten a_i, b_i durch Koeffizientenvergleich der beiden Gleichungen (1) und (2) errechnen:

$$\alpha_i=\frac{a_i}{2*\pi*f_g} \quad \text{und} \quad \beta_i=\frac{b_i}{\left(2*\pi*f_g\right)^2} \qquad (3)$$

Mit der Beziehung $s=j\omega$ kann dann die Filterübertragungsfunktion H(s) berechnet werden.