

**Antwort-Wahl-Verfahren: Teil A**

1. Bei einem Hersteller von Drosselblenden für die Durchflussmessung wird im Rahmen der Qualitätssicherung der Durchmesser der kreisförmigen Blendenöffnungen überwacht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang  $n=10$  entnommen und der Durchmesser  $D$  der Drosselöffnungen ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert des Durchmessers von  $\bar{D}=19,9864$  mm und eine Streuung von  $S_D=0,0164$  mm. Die Standardabweichung  $\sigma$  sei unbekannt.

1.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Drosselblendendurchmessers  $D$  für eine Aussagewahrscheinlichkeit von  $P=95\%$  beträgt für diesen Fall gerundet:

- a)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0094 mm;  $P = 95\%$
- b)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0095 mm;  $P = 95\%$
- c)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0102 mm;  $P = 95\%$
- d)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0116 mm;  $P = 95\%$
- e)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0117 mm;  $P = 95\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

1.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang  $n$ , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von  $P=90\%$  das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Durchmessers auf maximal  $\pm 0,007$  mm abschätzen zu können, beträgt:

- a)  $n = 15$
- b)  $n = 16$
- c)  $n = 17$
- d)  $n = 24$
- e)  $n = 41$

(Fragetyp Einfachwahl)

1.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Wie viel Prozent aller Drosselblenden weisen dann gerundet einen Durchmesser im Bereich  $19,98$  mm  $\leq D \leq 20,02$  mm auf?

- a) 34,82%
- b) 36,84%
- c) 63,16%
- d) 77,75%
- e) 97,98%

(Fragetyp Einfachwahl)

2. Sie möchten die Wirksamkeit zweier Nahrungsergänzungsmittel zum Muskelaufbau auf ihre Wirksamkeit hin überprüfen. Hierzu lassen Sie  $n = 20$  Probanden trainingsbegleitend für die Dauer von vier Wochen Wirkstoff A einnehmen. Zwei Monate später lassen Sie dieselben  $n = 20$  Probanden trainingsbegleitend wiederum für die Dauer von vier Wochen Wirkstoff B einnehmen. Aus Messungen jeweils zu Beginn und Ende der beiden vierwöchigen Untersuchungseinheiten bestimmen Sie jeweils den Gewinn an Muskelmasse in beiden Trainingszeiträumen. Sie möchten die Frage beantworten, ob sich die beiden Wirkstoffe in Ihrer Wirkung unterscheiden.

2.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) lineare Regression
  - b) t-Test für Erwartungswert
  - c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
  - d) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
  - e) Chi-Quadrat-Test
- (Fragetyp Einfachwahl)

2.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
  - b) zweiseitige Alternativhypothese
- (Fragetyp Einfachwahl)

3. Anhand zweier unabhängiger Stichproben möchten Sie einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte durchführen. Aus den Stichproben, die jeweils einen Umfang von  $n = 20$  aufweisen, haben Sie Mittelwerte und Streuungen der Größen  $x$  und  $y$  ermittelt zu  $\bar{x} = 39,97$  kg,  $S_x = 0,49$  kg,  $\bar{y} = 40,06$  kg,  $S_y = 0,47$  kg.

3.1. Die Testgröße  $t_0$  beträgt in diesem Fall gerundet:

- a)  $-2,905$
  - b)  $-0,838$
  - c)  $-0,593$
  - d)  $+0,593$
- (Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad  $s$  beträgt bei diesem Test:

- a) 18
  - b) 19
  - c) 20
  - d) 38
- (Fragetyp Einfachwahl)

4. Sie möchten mittels eines t-Tests für verbundene Stichproben die Wirksamkeit zweier Medikamente A und B zur Gewichtsreduktion vergleichen. Der Stichprobenumfang beträgt  $n = 30$ . Ihre Nullhypothese lautet, dass die Wirkung der Medikamente sich nicht unterscheidet ( $\mu_d = 0$ ). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ( $\mu_d \neq 0$ ). Sie wählen ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$ . Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt  $t_0 = -2,57$ .

4.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt
- (Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Angenommen, die Nullhypothese würde nicht abgelehnt. Welche Aussage in Bezug auf die Wirksamkeit der untersuchten Medikamente A und B wäre dann am zutreffendsten?

Die Wirkung der Medikamente A und B

- a) unterscheidet sich wahrscheinlich.
- b) unterscheidet sich definitiv.
- c) unterscheidet sich wahrscheinlich nicht.
- d) unterscheidet sich definitiv nicht.
- (Fragetyp Einfachwahl)

### **Antwort-Wahl-Verfahren: Teil B**

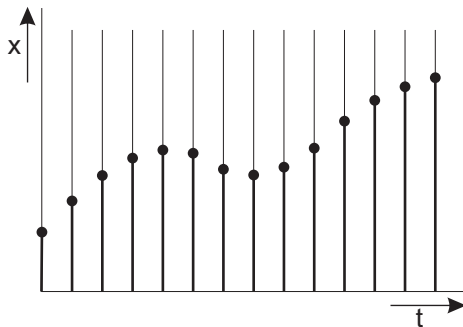
5. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um extensive Größen handelt!

- a) Masse
- b) Wärmekapazität
- c) Dichte
- d) elektrische Ladung
- e) Brechungsindex
- f) Druck
- g) dynamische Viskosität
- h) Entropie
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

6. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a)  $10^{-6} \text{ kg} + 1 \text{ } \mu\text{g} = 1,001 \text{ mg}$
- b)  $1 \text{ GW} = 10^3 \text{ MW}$
- c)  $1 \text{ nm} = 10^{-6} \text{ mm}$
- d)  $100 \text{ hPa} + 1 \text{ MPa} = 1010 \text{ kPa}$
- e)  $10 \text{ cm} - 1 \text{ mm} = 9,9 \cdot 10^{-1} \text{ m}$
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

7. Geben Sie an, von welcher Art das nachfolgend abgebildete Signal hinsichtlich seines Verhaltens in Zeit- sowie in Amplitudenrichtung ist!



- a) amplitudenkontinuierlich und zeitkontinuierlich
- b) amplitudendiskret und zeitkontinuierlich
- c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret
- d) amplitudendiskret und zeitdiskret

(Fragetyp Einfachwahl)

8. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten  $T$  und dem Übertragungsfaktor  $K = 1$  werde zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von  $0 \text{ V}$  auf  $10 \text{ V}$  beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer  $t = T$  am Ausgang etwa anliegen?

- a)  $5 \text{ V}$
- b)  $6,3 \text{ V}$
- c)  $7,5 \text{ V}$
- d)  $9 \text{ V}$
- e)  $9,9 \text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

9. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung zusammengenommen unterhalb des ersten Quartils ( $Q_1$ ) oder oberhalb des dritten Quartils ( $Q_3$ ) liegen!

- a)  $25\%$
- b)  $40\%$
- c)  $50\%$
- d)  $60\%$
- e)  $75\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Sie führen ein Zufallsexperiment durch, bei welchem Sie aus einem mit roten und grünen Kugeln gefüllten Gefäß zufällig  $n$  Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen entnehmen. Durch welche statistische Verteilung lässt sich die Wahrscheinlichkeit beschreiben, mit der bei diesem Versuch eine bestimmte Anzahl roter Kugeln gezogen wird?

- a) Binomialverteilung
- b) Normalverteilung
- c) Gleichverteilung
- d) Poissonverteilung
- e) Hypergeometrische Verteilung

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über statistische Tests korrekt sind!

- a) Wird für einen statistischen Test ein Signifikanzniveau von 1% gewählt, bedeutet dies, dass die getroffene Entscheidung mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% korrekt ist.
- b) Als Fehlentscheidung 2. Art bezeichnet man den Fall, dass als Ergebnis eines statistischen Tests die Nullhypothese  $H_0$  nicht abgelehnt wird, obwohl  $H_0$  tatsächlich nicht zutrifft.
- c) Die Güte eines statistischen Tests lässt sich durch Vergrößerung des zugrunde gelegten Stichprobenumfangs erhöhen.
- d) In experimentellen Wissenschaften können statistische Tests dazu genutzt werden, Hypothesen zu beweisen oder zu widerlegen.
- e) Eine Messreihe, die zur Bildung einer Hypothese verwendet wurde, darf nicht für einen Test dieser Hypothese genutzt werden.

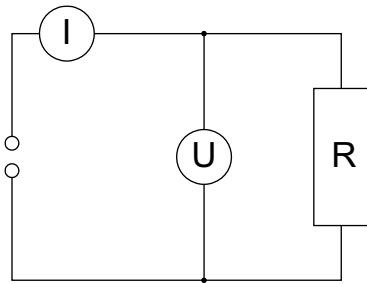
(Fragetyp Mehrfachwahl)

12. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich der linearen Regression nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate zutreffend sind!

- a) Die bei der linearen Regression berechnete Gerade geht immer durch den Schwerpunkt der Punkte  $(\bar{x}, \bar{y})$ .
- b) Bei der linearen Regression wird durch eine Menge von Wertepaaren  $(x, y)$  eine Gerade derart gelegt, dass die Summe der Abweichungen minimal wird.
- c) Eine Voraussetzung für die sinnvolle Anwendbarkeit der linearen Regression stellt dar, dass die Varianz der Residuen unabhängig vom  $x$ -Wert ist.
- d) Mit der linearen Regression kann nachgewiesen werden, dass eine beobachtete statistische Korrelation zweier Größen  $x$  und  $y$  auf einen kausalen Zusammenhang dieser beiden Größen zurückzuführen ist.
- e) Die lineare Regression liefert rechnerisch nur dann ein Ergebnis, wenn die Eingangsdaten tatsächlich näherungsweise einen linearen Zusammenhang aufweisen.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

13. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über die nachfolgend abgebildete Schaltung zutreffend sind!



- a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Stromfehler-schaltung zur indirekten Widerstandsmessung.
- b) Die indirekte Widerstandsmessung basiert auf der Anwendung des Coulombschen Gesetzes.
- c) Die Schaltung ist für die Messung großer Widerstände besser geeignet als für die Messung kleiner Widerstände.
- d) Die systematische Messabweichung der Schaltung würde zu Null werden, wenn das verwendete Strommessgerät einen idealen Innenwiderstand von 0 Ohm aufweisen würde.
- e) Die systematische Messabweichung der Schaltung könnte dadurch reduziert werden, dass das Spannungsmessgerät mittels einer Vierleiterschaltung angeschlossen wird.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

14. Bei dem Abtasttheorem nach Shannon handelt es sich hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um ein

- a) hinreichendes und notwendiges Kriterium.
- b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium.
- c) nicht hinreichendes aber notwendiges Kriterium.
- d) nicht hinreichendes und nicht notwendiges Kriterium.

(Fragetyp Einfachwahl)

15. Für eine Anwendung in der Prozessüberwachung sollen Sie einen A/D-Umsetzer auswählen. Von diesem wird eine möglichst hohe Abtastrate gefordert. Die benötigte Auflösung beträgt 6 Bit. Zur Auswahl stehen A/D-Umsetzer nach dem Zählverfahren, dem Wägeverfahren und dem Parallelverfahren. Geben Sie an, welches dieser drei Grundprinzipien in Anbetracht der bestehenden Anforderungen am geeignetsten ist!

- a) Zählverfahren
- b) Wägeverfahren
- c) Parallelverfahren

(Fragetyp Einfachwahl)

**Erläuterungen zu den Lösungen****zu 1.1:**

Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes bei unbekannter Standardabweichung lautet:

$$\left[ \bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \right]$$

Hier mit  $n = 10$ ,  $S = 0,0164$  mm und  $\alpha = 0,05$  ( $P = 95\%$ ).

$$\Rightarrow t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9; 0,975} = 2,262$$

$$\Rightarrow u = \frac{0,0164 \text{ mm}}{\sqrt{10}} \cdot 2,262 \approx 0,0117 \text{ mm}$$

**zu 1.2:**

Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes bei unbekannter Standardabweichung lautet:

$$\left[ \bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \right]$$

Hier mit  $S = 0,0164$  mm und  $\alpha = 0,1$  ( $P = 90\%$ ).

Gesucht ist ein  $n$  für das gilt:

$$\frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \leq 0,007 \text{ mm}$$

Test für  $n = 16$ :

$$t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{15; 0,95} = 1,753$$

$$\frac{0,0164 \text{ mm}}{\sqrt{16}} \cdot 1,753 \approx 0,00719 \text{ mm} > 0,007 \text{ mm} \quad \text{obige Bedingung ist nicht erfüllt!}$$

Test für  $n = 17$ :

$$t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{16; 0,95} = 1,746$$

$$\frac{0,0164 \text{ mm}}{\sqrt{17}} \cdot 1,746 \approx 0,00694 \text{ mm} < 0,007 \text{ mm} \quad \text{obige Bedingung ist erfüllt!}$$

**zu 1.3:**

Lösung mit Hilfe der Summenfunktion der standardisierten Normalverteilung:

Gesucht:  $P(19,98 \text{ mm} \leq x \leq 20,02 \text{ mm}) = P(x \leq 20,02 \text{ mm}) - P(x \leq 19,98 \text{ mm})$

Mit  $\mu = \bar{x} = 19,9864$  mm und  $\sigma = S = 0,0164$  mm folgt aus  $x_o = 20,02$  mm und  $x_u = 19,98$  mm:

$$z_u = \frac{19,98 \text{ mm} - 19,9864 \text{ mm}}{0,0164 \text{ mm}} \approx -0,39$$

$$z_o = \frac{20,02 \text{ mm} - 19,9864 \text{ mm}}{0,0164 \text{ mm}} \approx 2,05$$

Aus der Tabelle der Summenfunktion der standardisierten Normalverteilung kann abgelesen werden:

$$\Phi(z_u = -0,39) = 1 - 0,651732 = 0,348268$$

$$\Phi(z_o = 2,05) = 0,979818$$

Es folgt:

$$P(19,98 \text{ mm} \leq x \leq 20,02 \text{ mm}) = 0,979818 - 0,348268 = 0,63155 \approx 63,16\%$$

### zu 2.1:

Es sollen die Erwartungswerte zweier Stichproben miteinander verglichen werden. Aus der Versuchsbeschreibung geht hervor, dass die beiden untersuchten Wirkstoffe A und B in zeitlichem Abstand an denselben Probanden getestet wurden. Die beiden Stichproben sind daher miteinander verbunden. Folglich ist ein t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben anzuwenden.

### zu 2.2:

Laut Fragestellung soll untersucht werden, ob sich „die beiden Wirkstoffe in Ihrer Wirkung unterscheiden“. In welcher Richtung ein etwaiger Unterschied besteht ist hingegen nicht von Interesse. Es ist für den Test daher eine zweiseitige Alternativhypothese zu wählen.

### zu 3.1:

Für einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unverbundenen Stichproben errechnet sich gemäß Hilfsmittelsammlung die Testgröße  $t_0$  gemäß

$$t_0 = \sqrt{n} \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}}$$

Mit den Angaben aus der Aufgabenstellung –  $n = 20$ ,  $\bar{x} = 39,97 \text{ kg}$ ,  $S_x = 0,49 \text{ kg}$ ,  $\bar{y} = 40,06 \text{ kg}$ ,  $S_y = 0,47 \text{ kg}$  – ergibt sich:

$$t_0 = \sqrt{20} \frac{39,97 \text{ kg} - 40,06 \text{ kg}}{\sqrt{(0,49 \text{ kg})^2 + (0,47 \text{ kg})^2}} \approx -0,593$$

### zu 3.2:

Gemäß Hilfsmittelsammlung beträgt der Freiheitsgrad des Problems:

$$FG = n_x + n_y - 2$$

Mit  $n_x = n_y = n = 20$  ergibt sich also:



$$FG = 20 + 20 - 2 = 38$$

**zu 4.1:**

Die Testbedingung für einen t-Test für verbundene Stichproben bei einer zweiseitigen Alternativhypothese lautet:

$$|t_0| > t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}$$

Mit den Angaben aus der Aufgabenstellung,  $n = 30$  und  $\alpha = 0,01$  ergibt sich der kritische Wert zu:

$$t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{30-1; 1-\frac{0,01}{2}} = t_{29; 0,995} = 2,756$$

Der Test lautet somit:

$$|-2,57| > 2,756$$

Die Bedingung ist nicht erfüllt. Folglich wird die Nullhypothese nicht abgelehnt.

**zu 4.2:**

Die Nullhypothese besagt inhaltlich, dass die Wirkung der beiden Medikamente sich nicht unterscheidet. Eine Nichtablehnung der Nullhypothese stützt also die Annahme, dass die Wirkung der Medikamente sich nicht unterscheidet. Aufgrund der statistischen Unsicherheit des Tests besteht jedoch die Möglichkeit, dass es sich bei der Nichtablehnung der Nullhypothese um eine Fehlentscheidung 2. Art handelt. Es kann daher nur ausgesagt werden, dass die Wirkung der Medikamente sich wahrscheinlich nicht unterscheidet.

**zu 5:**

Dichte, Brechungsindex und dynamische Viskosität geben Werkstoffeigenschaften an und sind daher von der Stoffmenge unabhängige, also intensive Zustandsgrößen. Der Druck beschreibt eine Größe eines Systems, die anschaulich durch Teilung des Systems nicht beeinflusst wird, also ebenfalls eine intensive Größe darstellt. Vergleich auch Vorlesungsskript, Kapitel 1.3.4, „Intensive und extensive Größen“

**zu 6:**

$$\text{zu e) } 10 \text{ cm} - 1 \text{ mm} = 0,1 \text{ m} - 0,001 \text{ m} = 0,099 \text{ m} = 9,9 \cdot 10^{-2} \text{ m} \neq 9,9 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

**zu 7:**

Vergleiche Vorlesungsskript, Kapitel 1.4.4, Abbildung 1.3: Signale und Impulsreihen

**zu 8:**

Vergleiche Kapitel 1.5.8.1, „Lineares System 1. Ordnung“.

**zu 9:**

Vergleiche Kapitel 2.2.1.2.2, „Quantile“

**zu 10:**

Vergleiche Kapitel 2.3.2.1, „Binomialverteilung“.

**zu 11:**

Vergleiche Kapitel 2.5, „Statistische Tests“.

**zu 12:**

Vergleiche Kapitel 2.5.5, „Lineare Regression“

**zu 13:**

Vergleiche Kapitel 3.1.2, „Messung von ohmschen Widerständen“

**zu 14:**

Vergleiche Kapitel 1.5.9.1, „Abweichung bedingt durch Abtastung“

**zu 15:**

Vergleiche Kapitel 3.1.3.3, „Arten der Analog-Digital-Umsetzung“