Lösung zu Aufgabe 1: Lage- und Streuungsparameter

a) Lageparameter:

Zunächst werden die gegebenen Messwerte in aufsteigender Reihenfolge sortiert:

i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
L / m	1,60	1,67	1,67	1,67	1,68	1,70	1,70	1,72	1,72	1,73	1,75	1,76	1,78	1,81	1,84	1,88

Der Modalwert oder Modus ist der Wert oder sind die Werte mit der größten Häufigkeit.

i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
L / m	1,60	**1,67**	**1,67**	**1,67**	1,68	1,70	1,70	1,72	1,72	1,73	1,75	1,76	1,78	1,81	1,84	1,88

Im vorliegenden Fall hat der Wert 1,67 m mit n = 3 die größte Häufigkeit.

⇒ Modalwert: 1,67 m

Der Medianwert halbiert die Stichprobe, d.h. mind. 50% aller Werte sind kleiner oder gleich dem Medianwert und mind. 50% aller Werte sind größer oder gleich dem Medianwert.

i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
L / m	1,60	1,67	1,67	1,67	1,68	1,70	1,70	1,72	1,72	1,73	1,75	1,76	1,78	1,81	1,84	1,88

Im vorliegenden Fall betragen die Werte unterhalb und oberhalb der Mitte je 1,72 m.

⇒ Median: 1,72 m

Der arithmetische Mittelwert stellt den Durchschnitt der betrachteten Werte dar. Für den Mittelwert $\overline{x}$ *von* n *Messwerten gilt der folgende Zusammenhang:*

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Mit den vorliegenden Werten ergibt sich:

$$n = 16$$

$$\sum_{i=1}^{16} x_i = 27{,}68\,\mathrm{m}$$

$$\overline{x} = \frac{27{,}68\,\mathrm{m}}{16} = 1{,}73\,\mathrm{m}$$

⇒ Mittelwert: 1,73 m

b) Streuungsparameter:

Die Spannweite ist die Differenz zwischen dem kleinsten und größten Wert.

i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
L / m	**1,60**	1,67	1,67	1,67	1,68	1,70	1,70	1,72	1,72	1,73	1,75	1,76	1,78	1,81	1,84	**1,88**

Im vorliegenden Fall beträgt der kleinste Wert L_{min} = 1,60 m und der größte Wert beträgt L_{max} = 1,88 m.

$$\Delta L = L_{max} - L_{min} = 1{,}88\ \text{m} - 1{,}60\ \text{m} = 0{,}28\ \text{m}$$

⇒ **Spannweite: 0,28 m**

Bei Quartilen handelt es sich um jene drei Werte, die jeweils ein Viertel einer Verteilung abtrennen. Der Quartilsabstand ist der Abstand zwischen dem ersten und dem dritten Quartil. In ihm liegen die mittleren 50% der Messwerte.

i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
L / m	1,60	1,67	1,67	1,67	1,68	1,70	1,70	1,72	1,72	1,73	1,75	1,76	1,78	1,81	1,84	1,88

1. Quartil **2. Quartil** **3. Quartil**

Im vorliegenden Fall ist es zweckmäßig, jeweils die Mitte zwischen den angrenzenden Werten als Quartile zu verwenden.

1. Quartil: $$\frac{1{,}67\ \text{m} + 1{,}68\ \text{m}}{2} = 1{,}675\ \text{m}$$

3. Quartil: $$\frac{1{,}76\ \text{m} + 1{,}78\ \text{m}}{2} = 1{,}77\ \text{m}$$

$$\Delta L = 1{,}77\ \text{m} - 1{,}675\ \text{m} = 0{,}095\ \text{m}$$

⇒ **Quartilsabstand: 0,095 m**

Die empirische Varianz ist ein Maß für die Abweichung der Einzelwerte von ihrem gemeinsamen Mittelwert. Für die empirische Varianz S^2 *von* n *Messwerten gilt der folgende Zusammenhang:*

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Mit den vorliegenden Werten ergibt sich:

$$n = 16$$

$\bar{x} = 1{,}73\ \text{m}$ (siehe oben)

$$\sum_{i=1}^{16}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = 0{,}077\ \mathrm{m}^2$$

$$S^2 = \frac{0{,}077\ \mathrm{m}^2}{15} = 0{,}0051\overline{3}\ \mathrm{m}^2$$

⇒ **empirische Varianz: $0{,}0051\overline{3}\ \mathrm{m}^2$**

Die empirische Streuung S *ist die Wurzel der empirischen Varianz* S^2 *:*

$$S = +\sqrt{S^2}$$

Mit dem oben berechneten Wert der empirischen Varianz S^2 ergibt sich:

$$S = +\sqrt{0{,}0051\overline{3}\ \mathrm{m}^2} \approx 0{,}07165\ \mathrm{m}$$

⇒ **empirische Streuung: 0,07165 m**