

Aufgabe 1: Abweichungsrechnung**a) Vollständiges Messergebnis für $L = f(C, D_1, D_2, \varepsilon_r)$ mit $P = 98\%$:**

Zunächst Gleichungen (1.1) und (1.2) zu einer Bestimmungsgleichung für L zusammenfassen:

Gegeben:

$$C = 2\pi\varepsilon \frac{L}{\ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)} \quad (1.1)$$

und

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (1.2)$$

Einsetzen von (1.2) in (1.1) und Umstellen nach L liefert:

$$L = \frac{C \cdot \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \quad (1.3)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: C, D_1, D_2

Als exakt anzusehende Einflussgrößen: $\varepsilon_0, \varepsilon_r$ (ε_0 ist in der „Formelsammlung“ auf Seite 2 der Prüfungsunterlagen angegeben.)

Gegebene Durchmesser D_1 und D_2 in SI-Einheiten umrechnen:

Gegeben: $D_1 = 3 \text{ mm} \pm 0,005 \text{ mm}; P = 98\%$

$D_2 = 4 \text{ mm} \pm 0,007 \text{ mm}; P = 90\%$

$\Rightarrow D_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \pm 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}; P = 98\%$

$D_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \pm 7 \cdot 10^{-6} \text{ m}; P = 90\%$

Gegebenen Durchmesser D_2 von $P = 90\%$ auf $P = 98\%$ umrechnen:

allgemein:

$$u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit sehr großem n (d.h. $n \rightarrow \infty$) folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{\infty;0,99} = 2,326$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{\infty;0,95} = 1,645$$

$$\Rightarrow u_{D_2;98\%} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \frac{2,326}{1,645} \approx 9,8979 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$D_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \pm 9,8979 \cdot 10^{-6} \text{ m}; P = 98\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der Kapazität C aus der gegebenen Messreihe:

$$\text{Mittelwert: } \bar{C} = 8,1255 \text{ pF} = 8,1255 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$\text{Streuung: } S_C \approx 0,020709 \text{ pF} = 2,0709 \cdot 10^{-14} \text{ F}$$

Vertrauensbereich:

$$u_C = \frac{S_C}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

$$\text{mit: } n = 8$$

$$\alpha = 0,02$$

folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{7;0,99} = 2,998$$

$$u_C = \frac{2,0709 \cdot 10^{-14} \text{ F}}{\sqrt{8}} \cdot 2,998 \approx 2,195 \cdot 10^{-14} \text{ F}$$

$$C = 8,1255 \cdot 10^{-12} \text{ F} \pm 2,195 \cdot 10^{-14} \text{ F}; P = 98\%$$

Berechnung des Mittelwertes \bar{L} :

$$\bar{L} = \frac{\bar{C} \cdot \ln\left(\frac{\bar{D}_2}{\bar{D}_1}\right)}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{8,1255 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \ln\left(\frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ m}}\right)}{2\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot 1,0006} \approx 0,041994 \text{ m}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial C} \right|_{\bar{C}, \bar{D}_1, \bar{D}_2, \epsilon_r} = \frac{\ln\left(\frac{\bar{D}_2}{\bar{D}_1}\right)}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \approx 5,16812 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$$

$$\left. \frac{\partial L}{\partial D_1} \right|_{\bar{C}, \bar{D}_1, \bar{D}_2, \epsilon_r} = -\frac{\bar{C}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r \bar{D}_1} \approx -48,6574$$

$$\left. \frac{\partial L}{\partial D_2} \right|_{\bar{C}, \bar{D}_1, \bar{D}_2, \epsilon_r} = \frac{\bar{C}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r \bar{D}_2} \approx 36,4931$$

Vertrauensbereich u_L :

$$u_L = \sqrt{\left(\frac{\partial L}{\partial C} \cdot u_C\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial D_1} \cdot u_{D_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial D_2} \cdot u_{D_2}\right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_L = \sqrt{(5,16812 \cdot 10^9 \cdot 2,195 \cdot 10^{-14})^2 + (-48,6574 \cdot 5 \cdot 10^{-6})^2 + (36,4931 \cdot 9,8979 \cdot 10^{-6})^2} \text{ m}$$
$$\approx 4,5003 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Vollständiges Messergebnis der Eintauchtiefe L :

$$L = 4,1994 \cdot 10^{-2} \text{ m} \pm 4,5003 \cdot 10^{-4} \text{ m}; P = 98\%$$

oder

$$L = 41,994 \text{ mm} \pm 0,45003 \text{ mm}; P = 98\%$$

Aufgabe 2: χ^2 -Test

a) Überprüfung auf U-Verteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,01$:

Es soll überprüft werden, ob die von Ihnen aufgezeichneten und normierten Störsignale auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$ einer U-Verteilung mit $A = 1$ genügen. Die Signalpegel im Intervall $[-A', A']$ wurden bereits auf den maximal aufgezeichneten Signalpegel als Schätzwert für die unbekannte Amplitude A' normiert und in acht Klassen mit einer Breite von jeweils 0,25 eingeteilt.

Zur Bestimmung der theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i kann die als geschlossene Funktion beschreibbare und in der Aufgabenstellung gegebene Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der U-Verteilung genutzt werden. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ lautet:

$$P(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{x}{A}\right)$$

Hierin ist A die maximale Amplitude der Signale. Aufgrund der vorgenommenen Normierung beträgt die Amplitude im vorliegenden Fall $A = 1$. Die Größe x bezeichnet die unabhängige Variable, im vorliegenden Fall die normierten und daher einheitenlosen Signalpegel im Intervall $[-1, 1]$.

Hinweis: Die in der Aufgabenstellung ebenfalls angegebene Dichtefunktion $h(x)$ wird zur Lösung der Aufgabe nicht benötigt.

Eine Betrachtung der empirischen Häufigkeiten B_i zeigt zunächst, dass keine Klassen existieren, die nicht die geforderte Mindestbesetzungszahl von $B_i \geq 5$ aufweisen. Es findet daher an dieser Stelle keine Zusammenlegung von Klassen statt.

Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten p_i , also der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis innerhalb einer Klasse, müssen zunächst die Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$, also die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis im Intervall -1 bis x_i , bestimmt werden. Diese Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$ können direkt aus der gegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der U-Verteilung berechnet werden.

Für die erste Klasse, entsprechend einem normierten Signalpegel von -1 bis $-0,75$, lautet die Berechnung des zugehörigen Funktionswertes $P(x_i)$ beispielsweise:

$$P(x_i = -0,75) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{-0,75}{1}\right) \approx 0,23005$$

Als maßgeblicher x -Wert wird hier also die Klassenobergrenze von $-0,75$ eingesetzt. Weiterhin fließt der Parameter $A = 1$ der zu testenden Verteilung in die Berechnung ein. Die analog hierzu berechneten $P(x_i)$ -Werte der weiteren Klassen sind, jeweils auf fünf Nachkommastellen gerundet, in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Hinweis: Bei der Berechnung mittels Taschenrechner ist darauf zu achten, dass dieser auf Bogenmaß eingestellt ist, da die Rückgabewerte der arcsin-Funktion ansonsten automatisch in Grad umgerechnet werden, was hier zu einer fehlerhaften Berechnung führt.

Die Wahrscheinlichkeiten p_i werden durch Differenzbildung der $P(x_i)$ -Werte jeweils aufeinander folgender Klassen berechnet und sind ebenfalls in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Die theoretischen Häufigkeiten E_i entstehen aus den Wahrscheinlichkeiten p_i durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang von $n = 10000$. Eine Betrachtung von E_i zeigt, dass auch an dieser Stelle keine Zusammenlegung von Klassen erforderlich ist.

normierter Signalpegel	Klassenobergrenze	B_i	$P(x_i)$	p_i	$E_i = n \cdot p_i$	$\frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$
-1 bis -0,75	-0,75	2283	0,23005	0,23005	2300,5	0,1331
> -0,75 bis -0,5	-0,50	998	0,33333	0,10328	1032,8	1,1726
> -0,5 bis -0,25	-0,25	857	0,41957	0,08624	862,4	0,0338
> -0,25 bis -0,0	0,00	879	0,5	0,08043	804,3	6,9378
> 0,0 bis 0,25	0,25	751	0,58043	0,08043	804,3	3,5321
> 0,25 bis 0,5	0,50	874	0,66667	0,08624	862,4	0,1560
> 0,5 bis 0,75	0,75	1058	0,76995	0,10328	1032,8	0,6149
> 0,75 bis 1,0	1,00	2300	1,0	0,23005	2300,5	0,0001
χ_0^2						12,5805

Gemäß obiger Tabelle ergibt sich der χ_0^2 -Wert zu:

$$\chi_0^2 \approx 12,5805$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:

$r^* = 8$ (Zahl der Klassen, keine Zusammenlegung vorgenommen)

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:

$s = 1$ (der Parameter $A = 1$ der getesteten Verteilung ergibt sich zwar definitionsgemäß aus der Normierung der Signale, jedoch wurde die zur Normierung herangezogene Amplitude als Maximalwert der aufgezeichneten Messreihe bestimmt und ist damit eine von den Messdaten abhängige Schätzung.)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 8 - 1 - 1 = 6$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben: $\alpha = 0,01$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi_{r^*-s-1;1-\alpha}^2 = \chi_{6;0,99}^2 = 16,8 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test: $\chi_0^2 > \chi_{6,0,99}^2$?

hier:

12,5805 > 16,8 \Rightarrow Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

\Rightarrow Die Hypothese H_0 wird **nicht** abgelehnt!

\Rightarrow Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$ genügt die beobachtete Verteilung einer U-Verteilung mit dem Parametern $A = 1$.

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Bei einem Hersteller von Elektronikbauteilen werden im Rahmen einer Wareenausgangsprüfung Kondensatoren hinsichtlich ihrer Kapazität untersucht. Hierzu wird aus den produzierten Kondensatoren eine Stichprobe vom Umfang $n = 25$ entnommen und die mittlere elektrische Kapazität C mittels eines digitalen Kapazitätsmessgeräts experimentell ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der Kapazität von $\bar{C} = 469$ nF und eine Streuung von $S_C = 17$ nF. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Kapazität C für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ beträgt für diesen Fall ungefähr:

- a) $C = 469 \text{ nF} \pm 10,81 \text{ nF}$; $P = 99\%$
- b) $C = 469 \text{ nF} \pm 9,51 \text{ nF}$; $P = 99\%$
- c) $C = 469 \text{ nF} \pm 8,76 \text{ nF}$; $P = 99\%$
- d) $C = 469 \text{ nF} \pm 8,47 \text{ nF}$; $P = 99\%$
- e) $C = 469 \text{ nF} \pm 5,82 \text{ nF}$; $P = 99\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Gehen Sie davon aus, dass die Streuung obiger Stichprobe mit der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmt. Wie groß ist dann der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 98\%$ das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Kapazität auf maximal ± 10 nF abschätzen zu können?

- a) 9
- b) 13
- c) 15
- d) 16
- e) 19

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Kondensatoren weisen dann eine Kapazität auf, die außerhalb des Intervalls von $450 \text{ nF} \leq C \leq 490 \text{ nF}$ liegt?

- a) 13,1%
- b) 23,9%
- c) 26,2%
- d) 76,1%
- e) 89,3%

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert der Kapazität C betrage $\mu_C = 470 \text{ nF}$. Welchen Wert dürfte die Standardabweichung σ_C der Kapazität dann maximal annehmen, damit 95% der Kondensatoren eine Kapazität innerhalb des Intervalls von $460 \text{ nF} \leq C \leq 480 \text{ nF}$ aufweisen?

- a) 3,56 nF
- b) 5,10 nF
- c) 6,07 nF
- d) 7,80 nF
- e) 8,42 nF

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Kondensatoren beziehen Sie von verschiedenen Zulieferern leitfähige Polymere für den Einsatz als Elektrolyt. Aufgrund von Auffälligkeiten im Rahmen der Qualitätskontrolle hegen Sie den Verdacht, dass die nominell identischen Polymere zweier Lieferanten A und B sich hinsichtlich ihrer Leitfähigkeit doch signifikant voneinander unterscheiden. Sie führen daher in der Folgezeit an jeweils 8 Chargen der von den Lieferanten A und B gelieferten Polymere Messungen der elektrischen Leitfähigkeit durch. Anhand der ermittelten Daten möchten Sie feststellen, ob sich – wie von Ihnen vermutet – die elektrisch Leitfähigkeit der von Lieferant A bereitgestellten Polymere signifikant von jener der von Lieferant B bereitgestellten Polymere unterscheidet.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
- d) F-Test für den Vergleich zweier Streuungen bei unabhängigen Stichproben

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
- b) zweiseitige Alternativhypothese

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand einer Stichprobe der Kapazität eines Elektrolytkondensators möchten Sie einen t-Test für den Erwartungswert durchführen. Aus der erhobenen Stichprobe vom Umfang von $n = 15$ haben Sie Mittelwert und Streuung der Kapazität C ermittelt zu $\bar{C} = 67,8$ pF und $S_C = 0,3$ pF. Der laut Spezifikation geforderte Erwartungswert der Kapazität beträgt $C_{nenn} = 68$ pF.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) $-3,33$
- b) $-2,58$
- c) $-0,17$
- d) $+0,17$
- e) $+2,58$

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 30
- b) 28
- c) 26
- d) 15
- e) 14
- f) 13

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte anhand zweier unabhängiger Stichproben die Eigenschaften zweier Fertigungslinien für Kondensatoren überprüfen. Der Stichprobenumfang beträgt jeweils $n = 10$. Ihre Nullhypothese lautet, dass kein Unterschied zwischen beiden Fertigungslinien besteht ($\mu_x = \mu_y$). Sie wählen eine einseitige Alternativhypothese ($\mu_x > \mu_y$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = 2,64$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt

(Fragetyp Einfachwahl)

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um extensive Grundgrößen des SI-Systems handelt!

- a) Länge
- b) Masse
- c) Zeit
- d) elektrischer Widerstand
- e) elektrische Feldstärke
- f) Stoffmenge
- g) Lichtstrom
- h) Temperatur

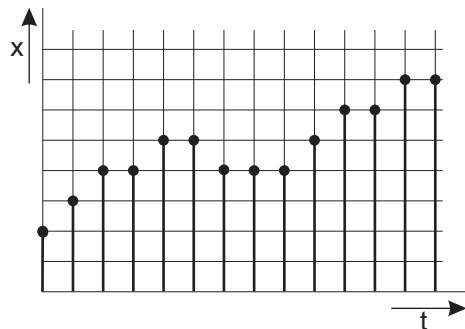
(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a) $1 \text{ TW} - 100 \text{ GW} = 9 \cdot 10^{11} \text{ W}$
- b) $1 \mu\text{V} + 1 \cdot 10^{-6} \text{ V} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mV}$
- c) $1 \text{ dm}^2 + 10 \text{ cm}^2 = 1,1 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$
- d) $100 \text{ mV} \cdot 10 \mu\text{A} = 1 \mu\text{W}$
- e) $100 \text{ cm}^3/\text{s} = 0,006 \text{ m}^3/\text{min}$

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. Geben Sie an, von welcher Art das nachfolgend abgebildete Signal hinsichtlich seines Verhaltens in Zeit- sowie in Amplitudenrichtung ist!



- a) amplitudenkontinuierlich und zeitkontinuierlich
- b) amplitudendiskret und zeitkontinuierlich
- c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret
- d) amplitudendiskret und zeitdiskret

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T und dem Übertragungsfaktor $K = 0,5$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = T$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von -5 V auf $+5\text{ V}$ beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer $t = 2T$ am Ausgang ungefähr anliegen?

- a) $-1,85\text{ V}$
- b) $0,65\text{ V}$
- c) $1,3\text{ V}$
- d) $1,82\text{ V}$
- e) $2,5\text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung zwischen dem ersten und vierten Quintil liegen!

- a) 25%
- b) 40%
- c) 50%
- d) 60%
- e) 75%

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 20 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $8 \leq \mu \leq 14$ bei $P = 95\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $10 \leq \mu \leq 12$ zu reduzieren!

- a) 40
- b) 60
- c) 80
- d) 120
- e) 180

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Ein analoges Spannungssignal im Bereich von 0 V bis $+48\text{ V}$ soll so digitalisiert werden, dass der maximale Quantisierungsfehler 1 mV beträgt. Geben Sie an, mit wie viel Bit der A/D-Umsetzer mindestens arbeiten muss!

- a) 14 Bit
- b) 15 Bit
- c) 16 Bit
- d) 18 Bit
- e) 20 Bit

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Bei dem Abtasttheorem nach Shannon handelt es sich hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um ein

- a) hinreichendes und notwendiges Kriterium.
- b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium.
- c) nicht hinreichendes aber notwendiges Kriterium.
- d) nicht hinreichendes und nicht notwendiges Kriterium.

(Fragetyp Einfachwahl)

15. Mittels einer hochgenauen Waage bestimmen Sie unter normalen Laborbedingungen den Wägewert von jeweils einem Kilogramm Blei und einem Kilogramm Federn. Welche Aussage hinsichtlich der beiden Wägewerte ist zutreffend?

- a) Die Wägewerte für Blei und Federn unterscheiden sich nicht.
- b) Der Wägewert für das Blei ist höher, als der Wägewert für die Federn.
- c) Der Wägewert für die Federn ist höher, als der Wägewert für das Blei.

(Fragetyp Einfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über spezielle Verteilungsfunktionen zutreffend sind!

- a) Die Gaußsche Normalverteilung ist symmetrisch zum Erwartungswert μ und ihre Wendepunkte liegen bei $x = \mu \pm \sigma$.
- b) Die Gaußsche Normalverteilung beschreibt solche Prozesse gut, auf die eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt.
- c) Die Binomialverteilung beschreibt den wahrscheinlichen Ausgang einer Folge gleichartiger Versuche, bei der es nur zwei mögliche Ergebnisse gibt.
- d) Für eine sehr große Zahl von Versuchen ($n \rightarrow \infty$) und eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses ($p \rightarrow 0$) nähert sich die Binomialverteilung der Poissonverteilung an.
- e) Erwartungswert und Varianz der Poissonverteilung sind identisch.

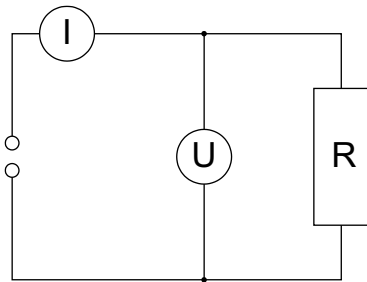
(Fragetyp Mehrfachwahl)

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über Massenmessgeräte zutreffend sind!

- a) Die Messung einer Masse wird meist auf eine Kraftmessung zurückgeführt, da Masse und die durch die Masse ausgeübte Kraft über die Erdbeschleunigung miteinander verknüpft sind.
- b) Die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung wird hauptsächlich durch die Erdrotation und die damit verbundene, der Gravitation entgegen gesetzte Zentrifugalkraft verursacht.
- c) Um die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung zu berücksichtigen, ist Deutschland in 4 Gebrauchszonen mit unterschiedlicher Erdbeschleunigung unterteilt.
- d) Als *Wägen* wird das Herstellen einer bestimmten Masse bezeichnet.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über die nachfolgend abgebildete Schaltung zutreffend sind!



- a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Stromfehlerschaltung zur indirekten Widerstandsmessung.
- b) Die indirekte Widerstandsmessung basiert auf der Anwendung des Ohmschen Gesetzes.
- c) Die Schaltung ist für die Messung kleiner Widerstände besser geeignet als für die Messung großer Widerstände.
- d) Die systematische Messabweichung der Schaltung ist umso größer, je kleiner der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts ist.
- e) Die systematische Messabweichung der Schaltung könnte dadurch reduziert werden, dass das Strommessgerät mittels einer Vierleiterschaltung angeschlossen wird.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

19. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich Handmessmitteln zutreffend sind!

- a) Die Bügelmessschraube ist anfällig gegenüber dem Auftreten des Abbe-Fehlers, da bei ihr im Regelfall Antast- und Messlinie nicht fluchten.
- b) Der Nonius eines Messschiebers stellt eine Hilfsteilung dar, welche dazu dient, den Parallaxenfehler bei der Ablesung zu minimieren.
- c) Bei einem Messschieber stellt in der Regel eine Rutschkupplung eine bei allen Messungen gleiche Antastkraft sicher.
- d) Bei der Messuhr wird die Auslenkung des Messbolzens über ein Präzisionsgetriebe in eine Zeigerdrehung gewandelt.
- e) Bei der Längenmessung mittels eines Maßstabes handelt es sich um eine direkte Messmethode im weiteren Sinne.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Kurzfragen:

20. Ordnen Sie die nachfolgenden Skalenniveaus aufsteigend nach ihrem Informationsgehalt! Achten Sie dabei auf eine eindeutige Kennzeichnung Ihrer Sortierreihenfolge!

Kardinalskala, Nominalskala, Ordinalskala

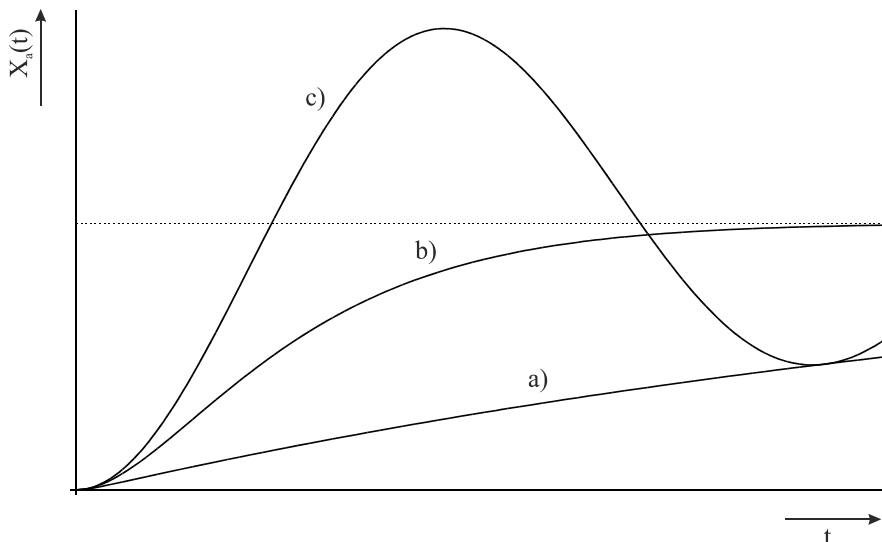
1. Nominalskala
2. Ordinalskala
3. Kardinalskala

21. Geben Sie an, ob die Aussage „Die Messunsicherheit kann beliebig klein gemacht werden, wenn man ausreichend viele Wiederholungen der Messung durchführt“ zutreffend ist! Begründen Sie Ihre Aussage!

Nein, denn der systematische Abweichungsanteil kann durch wiederholte Messung nicht reduziert werden.

22. Skizzieren Sie in einem gemeinsamen Diagramm für die drei nachfolgend genannten Fälle a) bis c) eines linearen Systems 2. Ordnung jeweils qualitativ die Sprungantwort! Achten Sie dabei auf eine eindeutige Zuordnung der Kurven zu den genannten Fällen!

- a) Die Dämpfung D ist deutlich größer als 1.
- b) Die Dämpfung D ist gleich 1.
- c) Die Dämpfung D ist deutlich kleiner als 1.



23. Erläutern Sie, was unter der *Hysterese* eines Messgerätes zu verstehen ist!

Die *Hysterese* eines Messgerätes ist das Merkmal eines Messgerätes, dass aus ein und demselben Werte der Eingangsgröße verschiedene Werte der Ausgangsgröße resultieren können, je nachdem wie die Abfolge der vorhergehenden Werte der Eingangsgröße war.

24. Geben Sie an, welcher Punkt bei der linearen Regression stets auf der berechneten Geraden liegt!

Der Schwerpunkt (\bar{x}, \bar{y}) der zugrunde liegenden Punkte.

25. **Benennen und erläutern Sie die beiden Arten von Fehlentscheidung, die bei statistischen Tests auftreten können!**

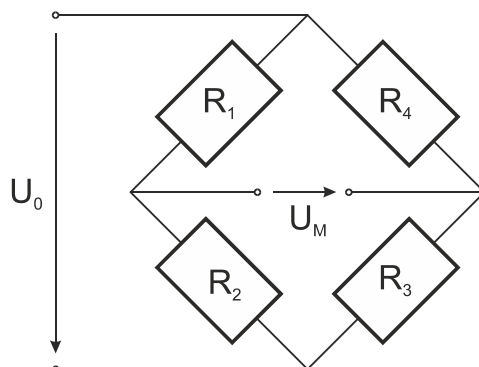
Fehlentscheidung 1. Art: Ablehnung von H_0 , obwohl H_0 richtig ist.

Fehlentscheidung 2. Art: Nichtablehnung von H_0 , obwohl H_0 falsch ist.

26. **Sie planen, ein Musiksignal zu digitalisieren und hierfür einen A/D-Umsetzer mit einer Abtastfrequenz von 44,1 kHz zu verwenden. Sie wissen, dass in dem analogen Musiksignal Frequenzanteile bis hinauf zu 50 kHz enthalten sind, deren Amplitude nicht vernachlässigbar ist. Ihnen ist bewusst, dass für diese hohen Frequenzanteile das Abtasttheorem nach Shannon verletzt wird. Ihr Kommilitone schlägt vor, die A/D-Umsetzung dennoch wie geplant vorzunehmen und argumentiert, dass Frequenzen von über 20 kHz für den Menschen ohnehin nicht hörbar seien und es daher keine Rolle spiele, wenn diese nicht korrekt digitalisiert werden. Geben Sie an, ob Sie dieser Argumentation folgen würden oder nicht! Begründen Sie Ihre Antwort!**

Diese Argumentation ist nicht sinnvoll, da es bei Verletzung des Abtasttheorems zu Aliasing-Fehlern kommt, die dazu führen, dass die hohen, unterabgetasteten Frequenzen in den hörbaren Teil des Frequenzspektrums gefaltet werden und somit als Störsignale hörbar in Erscheinung treten.

27. **Skizzieren Sie eine Wheatstone-Brückenschaltung in Vollbrückenbeschaltung einschließlich Spannungsversorgung und Abgriff der Messspannung!**



28. **Skizzieren Sie den Aufbau eines Thermoelements und erläutern Sie dessen Wirkungsweise!**

Bei Thermoelementen werden zwei unterschiedliche Metalldrähte A und B verbunden und die Verbindungsstelle mit dem Messobjekt in Kontakt gebracht (Temperatur T_2). Die offenen Enden werden an die Messleitungen (meist Kupfer) angeschlossen und liegen auf der Referenztemperatur T_0 . Eine Temperaturdifferenz zwischen T_0 und T_2 bewirkt durch den Seebeck-Effekt eine elektrische Spannung.

