

## Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) **Vollständiges Messergebnis für  $B = f(U_H, I, A_H, d)$  mit  $P = 99\%$ :**

Umstellen der gegebenen Gleichung nach B:

$$B = \frac{U_H \cdot d}{I \cdot A_H} \quad (1.1)$$

Fehlerbehaftete Einflussgrößen:  $U_H, I, A_H$   
Als exakt anzusehende Einflussgrößen:  $d$

Die Unsicherheit  $\Delta I$  des Stroms I beträgt  $\pm 2\%$  vom Nennwert bei  $P = 99\%$ . Mit dem Nennwert von  $I = 500 \text{ mA}$  ergibt sich daher:

$$\Delta I = \pm 0,02 \cdot 500 \text{ mA} = 10 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I = 0,5 \text{ A} \pm 0,01 \text{ A}; P = 99\%$$

Gegebene Dicke d in SI-Einheit umrechnen:

$$\text{Gegeben: } d = 0,25 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow d = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Umrechnung der Hall-Konstante  $A_H$  von  $P = 95\%$  auf  $P = 99\%$ :

$$\text{allgemein: } u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit sehr großem n folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{\infty;0,995} = 2,576$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{\infty;0,975} = 1,96$$

$$\Rightarrow u_{A_H;99\%} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot \frac{2,576}{1,960} \approx 6,571 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{A} \cdot \text{s}}$$

$$A_H = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/(\text{A} \cdot \text{s}) \pm 6,571 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/(\text{A} \cdot \text{s}); P = 99\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der Hall-Spannung  $U_H$  aus der gegebenen Messreihe:

$$\text{Mittelwert: } \overline{U_H} = 80,1 \text{ mV}$$

Streuung:  $S_{U_H} \approx 0,7645 \text{ mV}$

Vertrauensbereich:  $u_{U_H} = \frac{S_{U_H}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$

mit:  $n = 10$

$\alpha = 0,01$

folgt:

$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{9;0,995} = 3,25$

$\Rightarrow u_{U_H} = \frac{0,7645 \text{ mV}}{\sqrt{10}} \cdot 3,25 \approx 0,7857 \text{ mV}$

$U_H = 8,01 \cdot 10^{-2} \text{ V} \pm 7,857 \cdot 10^{-4} \text{ V}; P = 99\%$

Berechnung des Mittelwertes  $\bar{B}$ :

$$\bar{B} = \frac{\bar{U}_H \cdot \bar{d}}{\bar{I} \cdot \bar{A}_H} = \frac{8,01 \cdot 10^{-2} \text{ V} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{0,5 \text{ A} \cdot 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} \approx 0,166875 \text{ T}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial B}{\partial U_H} \right|_{\bar{U}_H, \bar{d}, \bar{I}, \bar{A}_H} = \frac{\bar{d}}{\bar{I} \cdot \bar{A}_H} = 2,08\bar{3} \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$$

$$\left. \frac{\partial B}{\partial I} \right|_{\bar{U}_H, \bar{d}, \bar{I}, \bar{A}_H} = -\frac{\bar{U}_H \cdot \bar{d}}{\bar{I}^2 \cdot \bar{A}_H} = -0,33375 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}^2}$$

$$\left. \frac{\partial B}{\partial A_H} \right|_{\bar{U}_H, \bar{d}, \bar{I}, \bar{A}_H} = -\frac{\bar{U}_H \cdot \bar{d}}{\bar{I} \cdot \bar{A}_H^2} \approx -695,3125 \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^5}$$

Vertrauensbereich  $u_B$ :

$$u_B = \sqrt{\left( \frac{\partial B}{\partial U_H} \cdot u_{U_H} \right)^2 + \left( \frac{\partial B}{\partial I} \cdot u_I \right)^2 + \left( \frac{\partial B}{\partial A_H} \cdot u_{A_H} \right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_B = \sqrt{(2,08\bar{3} \cdot 7,857 \cdot 10^{-4})^2 + (-0,33375 \cdot 0,01)^2 + (-695,3125 \cdot 6,571 \cdot 10^{-6})^2} \cdot \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$$

$$u_B \approx 5,89 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Vollständiges Messergebnis für magnetische Flussdichte B:

$$\mathbf{B = 0,166875 \text{ T} \pm 0,00589 \text{ T} ; \mathbf{P = 99\%}}$$

## Aufgabe 2: $\chi^2$ -Test

### a) Überprüfung auf Binomialverteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ :

Es soll überprüft werden, ob das Ergebnis des Zufallsversuchs als zufällig anzusehen ist, ob also die beobachtete Verteilung durch eine den Randbedingungen des Versuchs entsprechende Binomialverteilung beschrieben wird. Die Überprüfung erfolgt mittels eines  $\chi^2$ -Tests.

Die für den Test benötigten theoretischen Häufigkeiten  $E_i$  ergeben sich aus der Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} p^k q^{n-k}$$

Der Wert  $k$  steht für die möglichen Ergebnisse des Zufallsversuchs, also die Anzahl der bei 4 Entnahmen gezogenen roten Kugeln. Es gilt also:

$$k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Die Anzahl  $n$  der Entnahmen in einer Versuchsreihe beträgt laut Aufgabenstellung:

$$n = 4.$$

Die Wahrscheinlichkeiten  $p$  (rote Kugel gezogen) und  $q$  (schwarze Kugel gezogen) ergeben sich aus den Anteilen von roten und schwarzen Kugeln an der Gesamtzahl der Kugeln. Laut Aufgabenstellung weisen von insgesamt 100 Kugeln 15 Kugeln die Farbe Rot auf. Es gilt daher:

$$p = \frac{15}{100} = 0,15$$

Da der Zusammenhang  $p + q = 1$  gilt, ergibt sich damit für die Wahrscheinlichkeit  $q$ :

$$q = 1 - p = 1 - 0,15 = 0,85$$

Damit ergeben sich die in folgender Tabelle eingetragenen theoretischen Wahrscheinlichkeiten  $p_i$ :

$k$	$p_i$	$E_i = n \cdot p_i$
0	0,52200625	52,200625
1	0,368475	36,8475
2	0,0975375	9,75375
3	0,011475	1,1475
4	0,00050625	0,050625

Um auf die theoretischen absoluten Häufigkeiten zu kommen, werden die Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  mit der Anzahl der Versuchsdurchläufe multipliziert. Laut Aufgabenstellung wurden 100 Durchläufe durchgeführt. Es ergeben sich also die in obiger Tabelle eingetragenen theoretischen Häufigkeiten  $E_i$ .

Die in nachfolgender Tabelle vorgenommene Zusammenstellung von empirischem und theoretischem Histogramm zeigt, dass zunächst noch durch Zusammenlegung von Klassen sichergestellt werden muss, dass die Besetzungszahl in allen Klassen  $\geq 5$  ist. Es werden die Klassen für  $k = 2$ ,  $k = 3$  und  $k = 4$  zu einer Klasse zusammengefasst. In der Folge kann dann der  $\chi_0^2$ -Wert berechnet werden.

k	$B_i$	$E_i$	$B'_i$	$E'_i$	$\frac{(B'_i - E'_i)^2}{E'_i}$
0	39	52,200625	39	52,200625	3,33820716
1	44	36,8475	44	36,8475	1,38837794
2	13	9,75375	17	10,951875	3,34005054
3	3	1,1475			
4	1	0,050625			
				$\Sigma$	<b>8,06663565</b>

$$\Rightarrow \chi_0^2 \approx 8,067$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:  $r^* = 3$

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:  $s = 0$  (es wurden keine Parameter aus der Stichprobe abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 3 - 0 - 1 = 2$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben:  $\alpha = 0,05$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi_{r^*-s-1; 1-\alpha}^2 = \chi_{2; 0,95}^2 = 5,99 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test:  $\chi_0^2 > \chi_{2; 0,95}^2$  ?

hier:

$$8,067 > 5,99$$



$\Rightarrow$  Die Hypothese  $H_0$  **wird abgelehnt!**

$\Rightarrow$  Auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,05$  wird das beobachtete Ergebnis **nicht** durch eine Binomialverteilung beschrieben! Es kann daher auf dem entsprechenden Signifikanzniveau als **nicht** zufällig angesehen werden.

**Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A (für 5 LP Klausur):**

3. Bei einem Hersteller von Drosselblenden für die Durchflussmessung wird im Rahmen der Qualitätssicherung der Durchmesser der kreisförmigen Blendenöffnungen überwacht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang  $n = 10$  entnommen und der Durchmesser  $D$  der Drosselöffnungen ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert des Durchmessers von  $\bar{D} = 19,9864$  mm und eine Streuung von  $S_D = 0,0164$  mm. Die Standardabweichung  $\sigma$  sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Drosselblendendurchmessers  $D$  für eine Aussagewahrscheinlichkeit von  $P = 95\%$  beträgt für diesen Fall gerundet:

- a)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0094 mm;  $P = 95\%$
- b)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0095 mm;  $P = 95\%$
- c)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0102 mm;  $P = 95\%$
- d)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0116 mm;  $P = 95\%$
- e)  $D = 19,9864$  mm  $\pm$  0,0117 mm;  $P = 95\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang  $n$ , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von  $P = 90\%$  das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Durchmessers auf maximal  $\pm 0,007$  mm abschätzen zu können, beträgt:

- a)  $n = 15$
- b)  $n = 16$
- c)  $n = 17$
- d)  $n = 24$
- e)  $n = 41$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Wie viel Prozent aller Drosselblenden weisen dann gerundet einen Durchmesser im Bereich  $19,98$  mm  $\leq D \leq 20,02$  mm auf?

- a) 34,82%
- b) 36,84%
- c) 63,16%
- d) 77,75%
- e) 97,98%

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Sie möchten die Wirksamkeit zweier Nahrungsergänzungsmittel zum Muskelaufbau auf ihre Wirksamkeit hin überprüfen. Hierzu lassen Sie  $n = 20$  Probanden trainingsbegleitend für die Dauer von vier Wochen Wirkstoff A einnehmen. Zwei Monate später lassen Sie dieselben  $n = 20$  Probanden trainingsbegleitend wiederum für die Dauer von vier Wochen Wirkstoff B einnehmen. Aus Messungen jeweils zu Beginn und Ende der beiden vierwöchigen Untersuchungseinheiten bestimmen Sie jeweils den Gewinn an Muskelmasse in beiden Trainingszeiträumen. Sie möchten die Frage beantworten, ob sich die beiden Wirkstoffe in Ihrer Wirkung unterscheiden.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) lineare Regression
  - b) t-Test für Erwartungswert
  - c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
  - d) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
  - e) Chi-Quadrat-Test
- (Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
  - b) zweiseitige Alternativhypothese
- (Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand zweier unabhängiger Stichproben möchten Sie einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte durchführen. Aus den Stichproben, die jeweils einen Umfang von  $n = 20$  aufweisen, haben Sie Mittelwerte und Streuungen der Größen  $x$  und  $y$  ermittelt zu  $\bar{x} = 39,97$  kg,  $S_x = 0,49$  kg,  $\bar{y} = 40,06$  kg und  $S_y = 0,47$  kg.

5.1. Die Testgröße  $t_0$  beträgt in diesem Fall gerundet:

- a)  $-2,905$
  - b)  $-0,838$
  - c)  $-0,593$
  - d)  $+0,593$
- (Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad  $s$  beträgt bei diesem Test:

- a) 18
  - b) 19
  - c) 20
  - d) 38
- (Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für verbundene Stichproben die Wirksamkeit zweier Medikamente A und B zur Gewichtsreduktion vergleichen. Der Stichprobenumfang beträgt  $n = 30$ . Ihre Nullhypothese lautet, dass die Wirkung der Medikamente sich nicht unterscheidet ( $\mu_d = 0$ ). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ( $\mu_d \neq 0$ ). Sie wählen ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$ . Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt  $t_0 = -2,57$ .

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt
- (Fragetyp Einfachwahl)

6.2. Angenommen, die Nullhypothese würde nicht abgelehnt. Welche Aussage in Bezug auf die Wirksamkeit der untersuchten Medikamente A und B wäre dann am zutreffendsten?

Die Wirkung der Medikamente A und B

- a) unterscheidet sich wahrscheinlich.
- b) unterscheidet sich definitiv.
- c) unterscheidet sich wahrscheinlich nicht.
- d) unterscheidet sich definitiv nicht.
- (Fragetyp Einfachwahl)



**Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B (für 5 LP Klausur):**

7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um extensive Größen handelt!

- a) Masse
- b) Wärmekapazität
- c) Dichte
- d) elektrische Ladung
- e) Brechungsindex
- f) Druck
- g) dynamische Viskosität
- h) Entropie

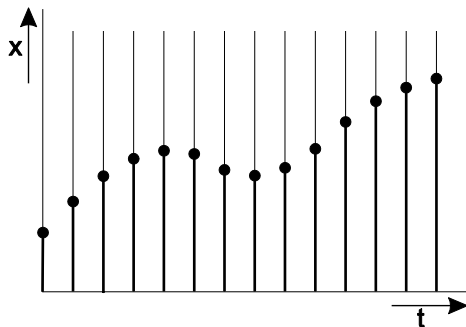
(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a)  $10^{-6} \text{ kg} + 1 \text{ } \mu\text{g} = 1,001 \text{ mg}$
- b)  $1 \text{ GW} = 10^3 \text{ MW}$
- c)  $1 \text{ nm} = 10^{-6} \text{ mm}$
- d)  $100 \text{ hPa} + 1 \text{ MPa} = 1010 \text{ kPa}$
- e)  $10 \text{ cm} - 1 \text{ mm} = 9,9 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. Geben Sie an, von welcher Art das nachfolgend abgebildete Signal hinsichtlich seines Verhaltens in Zeit- sowie in Amplitudenrichtung ist!



- a) amplitudenkontinuierlich und zeitkontinuierlich
- b) amplitudendiskret und zeitkontinuierlich
- c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret
- d) amplitudendiskret und zeitdiskret

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten  $T$  und dem Übertragungsfaktor  $K = 1$  werde zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von  $0\text{ V}$  auf  $10\text{ V}$  beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer  $t = T$  am Ausgang etwa anliegen?

- a)  $5\text{ V}$
- b)  $6,3\text{ V}$
- c)  $7,5\text{ V}$
- d)  $9\text{ V}$
- e)  $9,9\text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung zusammengenommen unterhalb des ersten Quartils ( $Q_1$ ) oder oberhalb des dritten Quartils ( $Q_3$ ) liegen!

- a)  $25\%$
- b)  $40\%$
- c)  $50\%$
- d)  $60\%$
- e)  $75\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Sie führen ein Zufallsexperiment durch, bei welchem Sie aus einem mit roten und grünen Kugeln gefüllten Gefäß zufällig  $n$  Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen entnehmen. Durch welche statistische Verteilung lässt sich die Wahrscheinlichkeit beschreiben, mit der bei diesem Versuch eine bestimmte Anzahl roter Kugeln gezogen wird?

- a) Binomialverteilung
- b) Normalverteilung
- c) Gleichverteilung
- d) Poissonverteilung
- e) Hypergeometrische Verteilung

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über statistische Tests korrekt sind!

- a) Wird für einen statistischen Test ein Signifikanzniveau von  $1\%$  gewählt, bedeutet dies, dass die getroffene Entscheidung mit einer Wahrscheinlichkeit von  $99\%$  korrekt ist.
- b) Als Fehlentscheidung 2. Art bezeichnet man den Fall, dass als Ergebnis eines statistischen Tests die Nullhypothese  $H_0$  nicht abgelehnt wird, obwohl  $H_0$  tatsächlich nicht zutrifft.
- c) Die Güte eines statistischen Tests lässt sich durch Vergrößerung des zugrunde gelegten Stichprobenumfangs erhöhen.
- d) In experimentellen Wissenschaften können statistische Tests dazu genutzt werden, Hypothesen zu beweisen oder zu widerlegen.
- e) Eine Messreihe, die zur Bildung einer Hypothese verwendet wurde, darf nicht für einen Test dieser Hypothese genutzt werden.

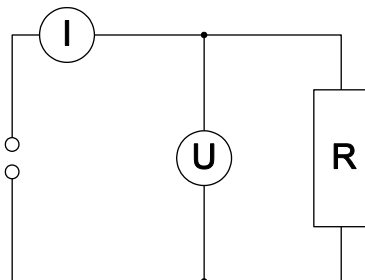
(Fragetyp Mehrfachwahl)

14. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich der linearen Regression nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate zutreffend sind!

- a) Die bei der linearen Regression berechnete Gerade geht immer durch den Schwerpunkt der Punkte  $(\bar{x}, \bar{y})$ .
- b) Bei der linearen Regression wird durch eine Menge von Wertepaaren  $(x, y)$  eine Gerade derart gelegt, dass die Summe der Abweichungen minimal wird.
- c) Eine Voraussetzung für die sinnvolle Anwendbarkeit der linearen Regression stellt dar, dass die Varianz der Residuen unabhängig vom  $x$ -Wert ist.
- d) Mit der linearen Regression kann nachgewiesen werden, dass eine beobachtete statistische Korrelation zweier Größen  $x$  und  $y$  auf einen kausalen Zusammenhang dieser beiden Größen zurückzuführen ist.
- e) Die lineare Regression liefert rechnerisch nur dann ein Ergebnis, wenn die Eingangsdaten tatsächlich näherungsweise einen linearen Zusammenhang aufweisen.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

15. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über die nachfolgend abgebildete Schaltung zutreffend sind!



- a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Stromfehlerschaltung zur indirekten Widerstandsmessung.
- b) Die indirekte Widerstandsmessung basiert auf der Anwendung des Coulombschen Gesetzes.
- c) Die Schaltung ist für die Messung großer Widerstände besser geeignet als für die Messung kleiner Widerstände.
- d) Die systematische Messabweichung der Schaltung würde zu Null werden, wenn das verwendete Strommessgerät einen idealen Innenwiderstand von 0 Ohm aufweisen würde.
- e) Die systematische Messabweichung der Schaltung könnte dadurch reduziert werden, dass das Spannungsmessgerät mittels einer Vierleiterschaltung angeschlossen wird.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

16. Bei dem Abtasttheorem nach Shannon handelt es sich hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um ein

- a) hinreichendes und notwendiges Kriterium.
- b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium.
- c) nicht hinreichendes aber notwendiges Kriterium.
- d) nicht hinreichendes und nicht notwendiges Kriterium.

*(Frage typ Einfachwahl)*

17. Für eine Anwendung in der Prozessüberwachung sollen Sie einen A/D-Umsetzer auswählen. Von diesem wird eine möglichst hohe Abtastrate gefordert. Die benötigte Auflösung beträgt 6 Bit. Zur Auswahl stehen A/D-Umsetzer nach dem Zählverfahren, dem Wägeverfahren und dem Parallelverfahren. Geben Sie an, welches dieser drei Grundprinzipien in Anbetracht der bestehenden Anforderungen am geeignetsten ist!

- a) Zählverfahren
- b) Wägeverfahren
- c) Parallelverfahren

*(Frage typ Einfachwahl)*

### Kurzfragen (für 5 LP Klausur):

18. Erläutern Sie die Begriffe *superponierender äußerer Störeinfluss* und *deformierender äußerer Störeinfluss* und grenzen Sie diese gegeneinander ab!

Superponierende äußere Störeinflüsse überlagern sich der Messgröße, die dadurch verursachte Abweichung ist damit unabhängig von dem Wert der Messgröße.

Deformierende äußere Störeinflüsse beeinflussen das Übertragungsverhalten eines Messgerätes. Im Unterschied zum superponierenden äußeren Störeinfluss ist die hierdurch entstehende Messabweichung abhängig von dem Wert der Messgröße.

19. Bei der Messung einer Kraft wird festgestellt, dass die Messgröße normalverteilt ist, dass der Erwartungswert 140 N beträgt und dass 95,45% aller Messwerte im Intervall [131 N; 149 N] liegen. Die Verteilungsdichtefunktion wird gezeichnet und die beiden Wendestellen der Kurve werden bestimmt.

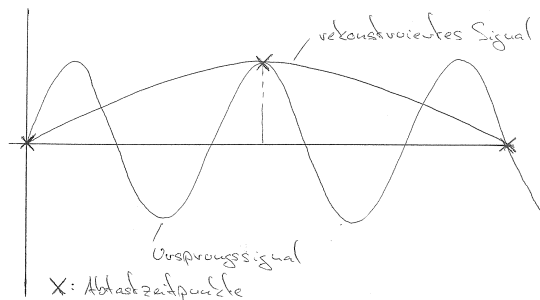
- a) Geben Sie an, welchen Abstand in Newton die Wendestellen aufweisen!

9 N

20. Geben Sie an, welche Überprüfung mit der einfachen Varianzanalyse (einfaktorielle ANOVA) vorgenommen werden kann!

Mit der einfachen Varianzanalyse kann geprüft werden, ob verschiedene Stichproben zu derselben Grundgesamtheit gehören.

21. Skizzieren Sie anhand eines Sinussignals exemplarisch, wie es durch Verletzung des Abtasttheorems nach Shannon zu einer fehlerhaften Rekonstruktion des Ursprungssignals kommen kann!



22. Eine elektrische Spannung im Bereich zwischen -12 V und +12 V mit einer maximalen Signalfrequenz von  $f_{\max} = 25$  kHz soll so digitalisiert werden, dass

- das Abtasttheorem nach Shannon eingehalten wird und
- die maximale Quantisierungsabweichung weniger als 30  $\mu$ V beträgt.

Geben Sie an,

- welche Abtastfrequenz mindestens erforderlich ist!
- welche Auflösung in Bit mindestens erforderlich ist!
- welche Datenmenge in Byte ( $\hat{=}$  8 Bit) mindestens erforderlich ist, um fünf Minuten des Signals darzustellen!

zu a) Die Abtastfrequenz muss mindestens  $f_{\text{Abtast}} = 2 \cdot f_{\max} = 50$  kHz betragen.

zu b) Die Spannungsaufösung muss mindestens 60  $\mu$ V betragen, damit die maximale Quantisierungsabweichung 30  $\mu$ V beträgt. Bei einem Spannungsbereich von 24 V

sind dies 400.000 Stufen. Daher ist eine Digitalauflösung sind mindestens 19 Bit ( $2^{19} = 524.288$ ) erforderlich.

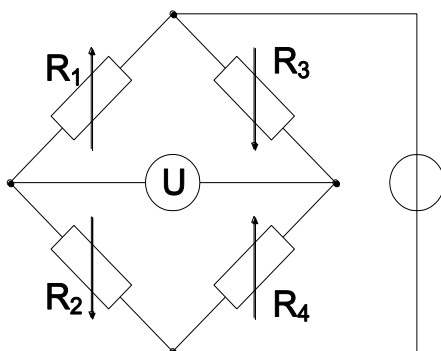
zu c) Um 5 Minuten = 300 Sekunden mit einer Frequenz von 50 kHz und einer Digitalauflösung von 19 Bit darstellen zu können, sind mindestens  $300 \cdot 19/8 \cdot 50.000 = 35.625.000$  Byte erforderlich.

**23. Auf einer zukünftigen Marsmission soll den Astronauten eine Waage mitgegeben werden, um vor Ort die Masse von für den Transport zur Erde bestimmten Gesteinsproben ermitteln zu können. Im Auftrag der ESA sollen Sie analysieren, welche Grundprinzipien von Waagen für diesen Zweck einsetzbar sind. Ihre Großmutter schlägt vor, hierfür eine Balkenwaage und einen Satz kalibrierter Massestücke einzusetzen, wie sie dies noch aus ihrer Jugend vom Wochenmarkt kennt.**

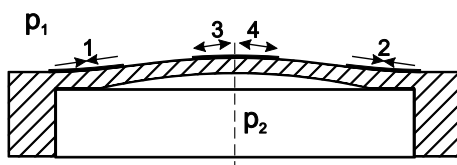
**a) Geben Sie an, ob eine derartige Wägearordnung auf dem Mars bei sachgemäßer Verwendung eine präzise Massebestimmung erwarten lässt! Begründen Sie Ihre Antwort!**

Eine Balkenwaage und ein Satz kalibrierter Massestücke sind auch für die Messung auf dem Mars geeignet, da es sich um ein Kompensationsmessverfahren handelt und sowohl das Wägegut als auch die Massestücke von der herrschenden Schwerkraft (die sich von der auf der Erde unterscheidet) betroffen sind.

**24. Skizzieren Sie eine Wheatstone-Brückenschaltung in Vollbrückenbeschaltung einschließlich Spannungsversorgung und Abgriff der Messspannung!**



**25. Nachstehend sehen Sie die schematische Darstellung eines Druckaufnehmers in DMS-Technik. Die Positionen 1 bis 4 kennzeichnen die Lage der einzelnen Dehnungsmessstreifen. Erläutern Sie, weshalb es im Hinblick auf die messtechnischer Erfassung der Widerstandsänderungen zweckmäßig ist, sowohl in Stauchungszonen (1 und 2) als auch in Dehnungszonen (3 und 4) Dehnungsmessstreifen zu applizieren!**



Die Widerstandsänderungen der Dehnungsmessstreifen werden in der Regel mittels einer Wheatstone-Brückenschaltung erfasst. Eine Wheatstone-Brücke in Vollbrückenbeschaltung, also unter Einsatz von vier DMS, liefert nur dann ein von null verschiedenes Ausgangssignal, wenn sich nicht alle vier Widerstände gleichermaßen verändern. Am

größten ist die Änderung des Ausgangssignals dann, wenn sich zwei Widerstände in die eine Richtung verändern, während sich die zwei anderen Widerstände in die entgegengesetzte Richtung ändern, wobei sich die in der Brückenschaltung diagonal gegenüberliegenden Widerstände jeweils gleichsinnig ändern müssen.