

**Aufgabe 1: Abweichungsrechnung**

a) **Vollständiges Messergebnis für  $c = f(V, e, \rho, R, m, k)$  mit  $P = 99\%$ :**

Gegebene Gleichung für Blutalkoholkonzentration  $c$ :

$$c = \frac{A}{m \cdot k} \quad (1)$$

Gegebene Gleichung für Masse des aufgenommenen Alkohols  $A$ :

$$A = V \cdot e \cdot \rho \cdot R \quad (2)$$

Einsetzen von Gleichung (2) in (1) liefert zu nutzende Bestimmungsgleichung:

$$c = \frac{V \cdot e \cdot \rho \cdot R}{m \cdot k}$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen:  $V, R, m$

Als exakt anzusehende Einflussgrößen:  $e, \rho, k$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses des konsumierten Biervolumens  $V$  aus der gegebenen Messreihe:

Zunächst Berechnung der Füllmenge  $V_i$  eines einzelnen Biers:

Mittelwert:  $\bar{V}_i = 200,75 \text{ ml}$

Streuung:  $S_{V_i} \approx 18,109 \text{ ml}$

Vertrauensbereich:  $u_{V_i} = \frac{S_{V_i}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1; 1-\alpha/2}$

mit:  $n = 8$

$$\alpha = 0,01$$

folgt:

$$t_{n-1; 1-\alpha/2} = t_{7; 0,995} = 3,499$$

$$\Rightarrow u_{V_i} = \frac{18,109 \text{ ml}}{\sqrt{8}} \cdot 3,499 \approx 22,402 \text{ ml}$$

$$V_i = 200,75 \text{ ml} \pm 22,402 \text{ ml}; P = 99\%$$

Berechnung des Gesamtvolumens V von zehn Bier:

Gesamtvolumen V ergibt sich als Summe der Füllmenge von zehn einzelnen Bier:

$$V = \sum_{i=1}^{10} V_i$$

Daraus folgt für den Mittelwert

$$\bar{V} = \sum_{i=1}^{10} \bar{V}_i = 10 \cdot \bar{V}_i = 10 \cdot 200,75 \text{ ml} = 2007,5 \text{ ml}$$

und für die Unsicherheit

$$u_V = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (u_{V_i})^2} = \frac{10 \cdot u_{V_i}}{\sqrt{10}} = \frac{10 \cdot 22,402 \text{ ml}}{\sqrt{10}} \approx 70,841 \text{ ml}$$

Die insgesamt konsumierte Biermenge V beträgt somit:

$$V = 2007,5 \text{ ml} \pm 70,841 \text{ ml} ; P = 99\%$$

Oder in SI-Einheiten:

$$V = 2,0075 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \pm 7,0841 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 ; P = 99\%$$

Der Resorptionsfaktor R kann ohne Anpassung in der gegebenen Form verwendet werden:

$$R = 0,8 \pm 0,05 ; P = 99\%$$

Umrechnung der Körpermasse m von P = 95% auf P = 99%:

$$\text{allgemein: } u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit n = 5 folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{4;0,995} = 4,604$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{4;0,975} = 2,776$$

$$\Rightarrow u_{m;99\%} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{4,604}{2,776} \approx 1,659 \text{ kg}$$

$$m = 90 \text{ kg} \pm 1,659 \text{ kg} ; P = 99\%$$

Der Verteilungsfaktor k kann ohne Anpassung in der gegebenen Form verwendet werden:

$$k = 0,69$$

Umrechnung der Dichte  $\rho$  von Ethanol in SI-Einheiten:

$$\rho = 0,789 \frac{\text{g}}{\text{ml}} = 789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

„Umrechnung“ des Alkoholvolumengehalts  $e$  aus Prozentangabe:

$$e = 5 \% = 0,05$$

Berechnung des Mittelwertes  $\bar{c}$ :

$$\bar{c} = \frac{\bar{V} \cdot e \cdot \rho \cdot \bar{R}}{\bar{m} \cdot k} = \frac{2,0075 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 0,05 \cdot 789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,8}{90 \text{ kg} \cdot 0,69} \approx 1,02 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right) = 1,02 \frac{\text{g}}{\text{kg}} = 1,02 \%$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial c}{\partial V} \right|_{\bar{V}, \bar{R}, \bar{m}} = \frac{e \cdot \rho \cdot \bar{R}}{\bar{m} \cdot k} = \frac{0,05 \cdot 789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,8}{90 \text{ kg} \cdot 0,69} \approx 0,5082 \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$\left. \frac{\partial c}{\partial R} \right|_{\bar{V}, \bar{R}, \bar{m}} = \frac{\bar{V} \cdot e \cdot \rho}{\bar{m} \cdot k} = \frac{2,0075 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 0,05 \cdot 789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{90 \text{ kg} \cdot 0,69} \approx 1,275 \cdot 10^{-3}$$

$$\left. \frac{\partial c}{\partial m} \right|_{\bar{V}, \bar{R}, \bar{m}} = -\frac{\bar{V} \cdot e \cdot \rho \cdot \bar{R}}{\bar{m}^2 \cdot k} = \frac{2,0075 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 0,05 \cdot 789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,8}{(90 \text{ kg})^2 \cdot 0,69} \approx -1,134 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{kg}}$$

Vertrauensbereich  $u_c$ :

$$u_c = \sqrt{\left( \frac{\partial c}{\partial V} \cdot u_V \right)^2 + \left( \frac{\partial c}{\partial R} \cdot u_R \right)^2 + \left( \frac{\partial c}{\partial m} \cdot u_m \right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_c = \sqrt{\left( 0,5082 \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 7,0841 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \right)^2 + \left( 1,275 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05 \right)^2 + \left( -1,134 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{kg}} \cdot 1,659 \text{ kg} \right)^2}$$

$$u_c \approx 7,56 \cdot 10^{-5} \left( \frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right) = 7,56 \cdot 10^{-2} \left( \frac{\text{g}}{\text{kg}} \right) \approx 0,076 \%$$

Vollständiges Messergebnis für Blutalkoholkonzentration  $c$ :

$$\mathbf{c = 1,02 \% \pm 0,076 \% ; P = 99\%}$$

**Aufgabe 2:  $\chi^2$ -Test**

**a) Überprüfung auf konkrete Verteilung auf Signifikanzniveau  $\alpha = 0,1$ :**

Es soll überprüft werden, ob das Ergebnis der insgesamt  $n = 128$  Würfe mit je drei vierseitigen „Würfeln“ (W4) als zufällig anzusehen ist, ob also die beobachtete Verteilung durch eine den Randbedingungen des Versuchs entsprechende Verteilung beschrieben wird. Die Überprüfung erfolgt mittels eines  $\chi^2$ -Tests.

Die theoretischen Wahrscheinlichkeiten der zehn möglichen Ergebnisklassen 3 bis 12 lassen sich aus der Betrachtung aller möglichen Kombinationen der Augenzahlen dreier W4 ermitteln. Da jeder W4 für sich betrachtet vier mögliche Ergebnisse liefern kann, existieren  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  mögliche Kombinationen. Da ein idealer W4 zudem alle Ergebnisse mit derselben Wahrscheinlichkeit liefert (diskrete Gleichverteilung mit  $p_i = 1/4$ ), treten die beim Wurf mit drei W4 möglichen 64 Kombinationen mit derselben Wahrscheinlichkeit auf. Für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten der Ergebnissummen 3 bis 12 ist nun zu ermitteln, wie viele der möglichen 64 Kombinationen jeweils zu den Ergebnissummen 3 bis 12 führen. Dies kann z.B. durch Auszählen in einer tabellarischen Übersicht der möglichen Augenkombinationen und ihrer jeweiligen Summen erfolgen. Da der Ergebnisraum bei drei W4 die Form einer  $4 \times 4 \times 4$  Matrix annimmt, werden die möglichen Ergebnisse nachfolgend als vier einzelne  $4 \times 4$  Matrizen notiert. Hierbei steht in der linken oberen Zelle jeweils das Ergebnis des ersten W4, während die Kombinationen des zweiten und dritten W4 sich aus dem Zeilen- und Spaltenindex der Tabelle ergeben. Übereinander gestapelt stellen die folgenden vier Tabellen also den Ergebnisraum der Dimension  $4 \times 4 \times 4$  dar.

<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>	3	4	5	6
<b>2</b>	4	5	6	7
<b>3</b>	5	6	7	8
<b>4</b>	6	7	8	9

<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>	4	5	6	7
<b>2</b>	5	6	7	8
<b>3</b>	6	7	8	9
<b>4</b>	7	8	9	10

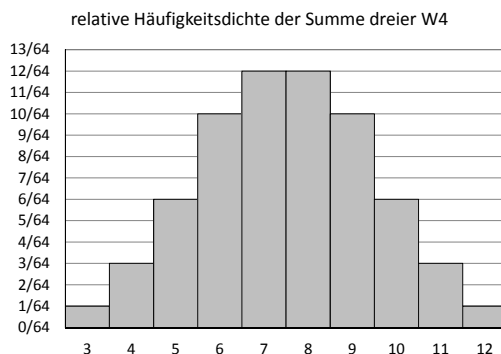
<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>	5	6	7	8
<b>2</b>	6	7	8	9
<b>3</b>	7	8	9	10
<b>4</b>	8	9	10	11

<b>4</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>	6	7	8	9
<b>2</b>	7	8	9	10
<b>3</b>	8	9	10	11
<b>4</b>	9	10	11	12

*Tabelle der möglichen Würfelergbnisse der drei W4 und ihrer jeweiligen Summen.*

Es ergeben sich damit die folgenden Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  für die Ergebnisklassen 3 bis 12:

- $p_3 = 1/64$
- $p_4 = 3/64$
- $p_5 = 6/64$
- $p_6 = 10/64$
- $p_7 = 12/64$
- $p_8 = 12/64$
- $p_9 = 10/64$
- $p_{10} = 6/64$
- $p_{11} = 3/64$
- $p_{12} = 1/64$



Die für den Test benötigten theoretischen Häufigkeiten  $E_i$  ergeben sich aus den oben ermittelten Wahrscheinlichkeiten durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang  $n = 128$ .

Eine Aufstellung der beobachteten Häufigkeiten  $B_i$ , der theoretischen Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  sowie der theoretischen Häufigkeiten  $E_i$  sind in nachfolgender Tabelle zusammengefasst.

i	$B_i$	$p_i$	$E_i = n \cdot p_i$	$B'_i$	$E'_i$	$\frac{(B'_i - E'_i)^2}{E'_i}$
3	3	1/64	128/64 = 2	6	8	0,5
4	3	3/64	384/64 = 6			
5	15	6/64	768/64 = 12	15	12	0,75
6	24	10/64	1280/64 = 20	24	20	0,8
7	20	12/64	1536/64 = 24	20	24	0,6 $\bar{6}$
8	30	12/64	1536/64 = 24	30	24	1,5
9	16	10/64	1280/64 = 20	16	20	0,8
10	8	6/64	768/64 = 12	8	12	1,3 $\bar{3}$
11	9	3/64	384/64 = 6	9	8	0,125
12	0	1/64	128/64 = 2			
<b><math>\Sigma</math></b>						<b>6,475</b>

Um die Bedingung zu erfüllen, dass jede Klasse sowohl der empirischen wie auch der theoretischen Verteilung eine Mindestbesetzungszahl von 5 aufweist, werden Klassen für die gilt  $B_i < 5$  oder  $E_i < 5$  mit der benachbarten Klasse zusammengelegt. Die Werte  $B'_i$  und  $E'_i$  für die sich durch Zusammenlegung ergebenden acht auswertbaren Klassen sind ebenfalls in obiger Tabelle eingetragen.

Mit den so ermittelten  $B'_i$  und  $E'_i$  kann dann der  $\chi^2_0$ -Wert berechnet werden:

$$\chi^2_0 = 6,475$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:

$r^* = 8$  (Zahl der Klassen nach Zusammenlegung)

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:

$s = 0$  (es wurden keine Parameter aus der Stichprobe abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 8 - 0 - 1 = 7$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben:  $\alpha = 0,1$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi^2_{r^*-s-1; 1-\alpha} = \chi^2_{7; 0,9} = 12 \text{ (aus Tabelle)}$$

Test:  $\chi^2_0 > \chi^2_{7; 0,9}$  ?

hier:

$6,475 > 12 \quad \Rightarrow \quad$  Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

$\Rightarrow$  Die Hypothese  $H_0$  wird **nicht** abgelehnt!

$\Rightarrow$  Auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,1$  kann das beobachtete Ergebnis als **zufällig** angesehen werden, da es der anhand der Randbedingungen der Versuchsdurchführung zu erwartenden Verteilung genügt.

**Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A (Variante 5 LP):**

3. Bei einem Hersteller von Thermoelementen zur Temperaturmessung wird im Rahmen der Qualitätssicherung der thermoelektrische Empfindlichkeitskoeffizient  $k_{AB}$  mit einem Nennwert von  $k_{AB, \text{nenn}} = 40 \mu\text{V/K}$  überwacht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang  $n = 12$  entnommen und der Empfindlichkeitskoeffizient  $k_{AB}$  der Thermoelemente ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert des Empfindlichkeitskoeffizienten von  $\bar{k}_{AB} = 40,04 \mu\text{V/K}$  und eine Streuung von  $S_{k_{AB}} = 0,034 \mu\text{V/K}$ . Die Standardabweichung  $\sigma$  sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Empfindlichkeitskoeffizient  $k_{AB}$  für eine Aussagewahrscheinlichkeit von  $P = 95\%$  beträgt für diesen Fall gerundet:

- a)  $k_{AB} = 40,04 \mu\text{V/K} \pm 0,0176 \mu\text{V/K}$ ;  $P = 95\%$
- b)  $k_{AB} = 40,04 \mu\text{V/K} \pm 0,0192 \mu\text{V/K}$ ;  $P = 95\%$
- c)  $k_{AB} = 40,04 \mu\text{V/K} \pm 0,0214 \mu\text{V/K}$ ;  $P = 95\%$
- d)  $k_{AB} = 40,04 \mu\text{V/K} \pm 0,0216 \mu\text{V/K}$ ;  $P = 95\%$
- e)  $k_{AB} = 40,04 \mu\text{V/K} \pm 0,0305 \mu\text{V/K}$ ;  $P = 95\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang  $n$ , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von  $P = 99\%$  das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Empfindlichkeitskoeffizient auf maximal  $\pm 0,025 \mu\text{V/K}$  abschätzen zu können, beträgt:

- a)  $n = 6$
- b)  $n = 13$
- c)  $n = 14$
- d)  $n = 17$
- e)  $n = 20$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Thermoelemente weisen dann zusammengenommen einen Empfindlichkeitskoeffizienten von  $k_{AB} \leq 40,0 \mu\text{V/K}$  oder  $k_{AB} \geq 40,1 \mu\text{V/K}$  auf?

- a) 11,9%
- b) 15,8%
- c) 50,2%
- d) 84,2%
- e) 96,1%

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Thermoelementen möchten Sie den korrekten Betrieb Ihrer Fertigung sicherstellen und entnehmen zu diesem Zweck regelmäßig Stichproben aus der laufenden Produktion. Anhand der entnommenen Stichproben wird jeweils der Erwartungswert des thermoelektrischen Empfindlichkeitskoeffizienten  $k_{AB}$  der momentan gefertigten Thermoelemente abgeschätzt. Ausgehend hiervon soll die Frage geklärt werden, ob der so abgeschätzte Erwartungswert sich signifikant vom vorgegebenen Sollwert  $k_{AB\text{Soll}}$  unterscheidet.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) lineare Regression
  - b) t-Test für Erwartungswert
  - c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
  - d) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
  - e) Chi-Quadrat-Test
- (Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
  - b) zweiseitige Alternativhypothese
- (Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand zweier unabhängiger Stichproben A und B möchten Sie einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte durchführen. Aus den Stichproben, die jeweils einen Umfang von  $n = 20$  aufweisen, haben Sie Mittelwerte und Streuungen ermittelt zu  $\bar{x}_A = 0,423$  m,  $\bar{x}_B = 0,416$  m,  $S_A = 0,028$  m und  $S_B = 0,027$  m.

5.1. Die Testgröße  $t_0$  beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) 0,133
  - b) 0,805
  - c) 1,118
  - d) 1,138
  - e) 4,221
- (Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad  $s$  beträgt bei diesem Test:

- a) 18
  - b) 19
  - c) 20
  - d) 38
  - e) 39
- (Fragetyp Einfachwahl)



6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben die Wirksamkeit zweier Nahrungsergänzungsmittels A und B zur Gewichtsreduktion vergleichen. Der Stichprobenumfang beträgt  $n = 25$ . Ihre Nullhypothese lautet, dass die Wirkung der beiden Nahrungsergänzungsmittel sich nicht unterscheidet ( $\mu_d = 0$ ). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ( $\mu_d \neq 0$ ). Sie wählen ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,05$ . Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt  $t_0 = 1,94$

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt

(Fragetyp Einfachwahl)

7. Um die Hall-Konstante  $A_H$  eines neuen Werkstoffs zu bestimmen, haben Sie eine Messreihe durchgeführt, bei welcher in bestimmten Arbeitspunkten jeweils Strom und Spannung an einem Hall-Element gemessen wurden. Unter Berücksichtigung der relevanten Konstanten – magnetische Flussdichte und Dicke des Hall-Elements – erhalten sie die in nachfolgender Tabelle zusammengefassten x-y-Wertepaare:

$x / \text{kV}\cdot\text{C}/\text{m}^3$	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5
$y / \text{V}$	3,9	6,02	7,96	9,99	12,03

Die gesuchte Hall-Konstante  $A_H$  ergibt sich als Regressionskoeffizient aus obigen x-y-Wertepaaren.

7.1. Geben Sie ausgehend von obiger Messreihe an, welchen Wert die Hall-Konstante  $A_H$  etwa annimmt!

- a)  $8,092 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{C}$
- b)  $8,092 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$
- c)  $8,092 \text{ m}^3/\text{C}$
- d)  $0,12356 \text{ m}^3/\text{C}$
- e)  $123,56 \text{ m}^3/\text{C}$

(Fragetyp Einfachwahl)

**Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B (Variante 5 LP):**

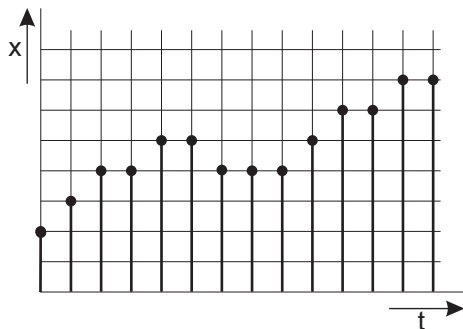
8. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um extensive Grundgrößen des SI-Systems handelt!

- a) Temperatur
  - b) Länge
  - c) elektrische Spannung
  - d) elektrischer Strom
  - e) Gewicht
  - f) Stoffmengenkonzentration
  - g) molare Masse
  - h) Leuchtdichte
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

9. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a)  $1 \text{ pF} = 1 \cdot 10^3 \text{ nF}$
  - b)  $1 \text{ W} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$
  - c)  $10^3 \text{ cm}^3 + 1 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
  - d)  $100 \text{ ns} + 1 \cdot 10^{-3} \text{ ms} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
  - e)  $1 \text{ GW} = 10^3 \text{ MW}$
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

10. Geben Sie an, von welcher Art das nachfolgend abgebildete Signal hinsichtlich seines Verhaltens in Zeit- sowie in Amplitudenrichtung ist!



- a) amplitudenkontinuierlich und zeitkontinuierlich
  - b) amplitudendiskret und zeitkontinuierlich
  - c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret
  - d) amplitudendiskret und zeitdiskret
- (Fragetyp Einfachwahl)

11. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten  $T$  und dem Übertragungsfaktor  $K = 1$  werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von  $20\text{ V}$  auf  $0\text{ V}$  beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer  $t = T$  am Ausgang etwa anliegen?

- a)  $3,7\text{ V}$
- b)  $6,3\text{ V}$
- c)  $7,4\text{ V}$
- d)  $10\text{ V}$
- e)  $12,6\text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung oberhalb des zweiten Quintils liegen!

- a)  $25\%$
- b)  $40\%$
- c)  $50\%$
- d)  $60\%$
- e)  $75\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 9 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu  $8 \leq \mu \leq 24$  bei  $P = 95\%$  bestimmt, wobei die Standardabweichung  $\sigma$  als bekannt angenommen wurde. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssten, um das Konfidenzintervall bei einer Aussagesicherheit von  $P = 99\%$  ebenfalls auf mit  $8 \leq \mu \leq 24$  oder besser angeben zu können!

- a) 12
- b) 15
- c) 16
- d) 18
- e) 45

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Sie führen ein Zufallsexperiment durch, bei welchem Sie aus einem Gefäß, welches mit jeweils 10 Kugeln der Farben rot, grün, blau, gelb und violett gefüllt ist pro Versuch jeweils nur eine einzelne Kugel entnehmen und diese im Anschluss zurücklegen. Durch welche statistische Verteilung lässt sich die bei einem derartigen Versuch zu beobachtende Auftretenswahrscheinlichkeit der fünf möglichen Farben beschreiben?

- a) Binomialverteilung
- b) Normalverteilung
- c) Diskrete Gleichverteilung
- d) Poissonverteilung
- e) Hypergeometrische Verteilung

(Fragetyp Einfachwahl)

15. Geben sie an, wie viele Takte ein A/D-Umsetzer nach dem Zählverfahren maximale für die Digitalisierung einer Messgröße mit 12 Bit Auflösung benötigt!

- a) 1 Takt
- b) 12 Takte
- c)  $12^2 = 144$  Takte
- d)  $2^{12} = 4096$  Takte

(Fragetyp Einfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über inkrementale Wegmesssysteme zutreffend sind!

- a) Inkrementale Wegmesssysteme können basierend auf unterschiedlichen physikalischen Wirkprinzipien realisiert werden, wie z.B. optisch, elektrisch oder magnetisch.
- b) Um bei einem inkrementalen Wegmesssystem Informationen über die Bewegungsrichtung zu gewinnen, werden in der Regel zwei um  $90^\circ$  phasenverschobene Signale genutzt.
- c) Wird bei einem inkrementalen Wegmesssystem die Signalauswertung auch nur kurzzeitig unterbrochen, geht die Information über die Absolutposition in der Regel verloren.
- d) Ein typisches Einsatzgebiet für kapazitive inkrementale Wegmesssysteme stellen digitale Messschieber dar.
- e) Bei inkrementalen Wegmesssystemen ist durch Interpolationstechniken oftmals eine Steigerung des Auflösungsvermögens über die Teilung der Maßverkörperung hinaus möglich.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich Handmessmitteln zutreffend sind!

- a) Die Bügelmessschraube ist robust gegenüber dem Auftreten des Abbe-Fehlers, da bei ihr im Regelfall Antast- und Messlinie fluchten.
- b) Der Nonius eines Messschiebers stellt eine Hilfsteilung dar, welche dazu dient, die Ablesegenauigkeit zu erhöhen.
- c) Bei einem Messschieber stellt in der Regel eine Rutschkupplung eine bei allen Messungen gleiche Antastkraft sicher.
- d) Bei der Messuhr wird die Auslenkung des Messbolzens über ein Präzisionsgetriebe in eine Zeigerdrehung gewandelt.
- e) Bei der Längenmessung mittels eines Maßstabes handelt es sich um eine direkte Messmethode im engeren Sinne.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Bei der Messung des Spannungsabfalls über einem Widerstand mittels eines Spannungsmessgerätes welches direkt an die Zuleitungen des Widerstandes angeschlossen wird kann es aufgrund des Widerstandes der Zuleitungen zu systematischen Messabweichungen kommen. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich dieser Messabweichungen zutreffend sind!

- a) Die systematischen Abweichungen entstehen dadurch, dass die widerstandsbehafteten Zuleitungen des Widerstandes von demselben Strom durchflossen werden, wie der Widerstand selbst.
- b) Die durch den Widerstand der Zuleitungen verursachte systematische Messabweichung bewirkt, dass der gemessene Spannungsabfall geringer ist, als der tatsächliche Spannungsabfall über dem Widerstand.
- c) Bei der Spannungsmessung an großen Widerständen wirkt sich der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen stärker auf das Messergebnis aus, als bei der Messung an kleinen Widerständen.
- d) Bei bekannten Leitungswiderständen kann die Abweichung rechnerisch korrigiert werden.
- e) Sind die Leitungswiderstände nicht bekannt und können nicht vernachlässigt werden, kann der Einfluss der Leitungswiderstände durch Einsatz einer Vierleiterschaltung reduziert werden.

*(Fragetyp Mehrfachwahl)*

### Kurzfragen (Variante 5 LP):

- 19. Erläutern Sie die Begriffe *direkte Messmethode im engeren Sinne* sowie *direkte Messmethode im weiteren Sinne* und nennen Sie für beide Arten von Messmethoden je ein Beispiel!**

Als *direkte Messmethoden im engeren Sinne* werden Messmethoden bezeichnet bei denen der gesuchte Messwert einer Messgröße durch den unmittelbaren Vergleich mit einem Normal der gleichen Messgröße ermittelt wird.

Beispiel: Längenmessung mit einem Maßstab

*Direkte Messmethoden im weiteren Sinne* sind Messmethoden bei denen der Messwert direkt auf einer kalibrierbaren Anzeige angezeigt wird.

Beispiel: Temperaturmessung mittels eines Flüssigkeitsthermometers

- 20. Ordnen Sie die nachfolgenden Skalenniveaus aufsteigend nach ihrem Informationsgehalt!**

**Kardinalskala, Nominalskala, Ordinalskala**

1. Nominalskala
2. Ordinalskala
3. Kardinalskala

- 21. Geben Sie an, woran man die Sprungantwort eines linearen Systems 1. Ordnung sicher von der eines linearen Systems 2. Ordnung unterscheiden kann!**

Bei einem linearen System 2. Ordnung ist die Anfangssteigung der Sprungantwort stets gleich Null, bei einem linearen System 1. Ordnung ist die Anfangssteigung der Sprungantwort stets größer Null.

- 22. Erläutern Sie, was darunter zu verstehen ist, dass es sich bei dem Abtasttheorem nach Shannon um eine hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung handelt!**

*Hinreichende Bedingung:* Wenn das Abtasttheorem eingehalten wird, wird bereits alleine dadurch eine verlustfreie Rekonstruktion des Ursprungssignals ermöglicht.

*Nicht notwendige Bedingung:* Auch wenn das Abtasttheorem nicht eingehalten wird, ist prinzipiell noch eine verlustfreie Rekonstruktion des Ursprungssignals möglich, beispielsweise unter Einbeziehung von Zusatzinformationen.

- 23. Ein Dreieckssignal mit einer Periodendauer von 10 ms werde mit einer Abtastrate von 1 kHz digitalisiert. Geben Sie an, ob in diesem Fall das Abtasttheorem nach Shannon erfüllt ist! Begründen Sie Ihre Antwort!**

Ein Dreieckssignal ist nicht bandbegrenzt, das Abtasttheorem kann daher nicht eingehalten werden, da die Abtastrate unendlich hoch sein müsste.

- 24. Bei der Messung einer Kraft wird festgestellt, dass die Messgröße normalverteilt ist, dass der Erwartungswert 100 N beträgt und dass 99,73% aller Messwerte im Intervall [79 N; 121 N] liegen. Die Verteilungsdichtefunktion wird gezeichnet und die beiden Wendestellen der Kurve werden bestimmt. Geben Sie an, welchen Abstand in Newton die Wendestellen aufweisen!**

14 N

25. Eine elektrische Spannung im Bereich zwischen  $-24\text{ V}$  und  $+24\text{ V}$  mit einer maximalen Signalfrequenz von  $f_{\max} = 10\text{ kHz}$  soll so digitalisiert werden, dass
- das Abtasttheorem nach Shannon eingehalten wird und
  - die maximale Quantisierungsabweichung weniger als  $2\text{ }\mu\text{V}$  beträgt.

Geben Sie an,

- welche Abtastfrequenz mindestens erforderlich ist!
- welche Auflösung in Bit mindestens erforderlich ist!
- welche Datenmenge in Byte ( $\approx 8\text{ Bit}$ ) mindestens erforderlich ist, um eine Minuten des Signals darzustellen!

zu a) Die Abtastfrequenz muss mindestens  $f_{\text{Abtast}} = 2 \cdot f_{\max} = 20\text{ kHz}$  betragen.

zu b) Die Spannungsauflösung muss mindestens  $4\text{ }\mu\text{V}$  betragen, damit die maximale Quantisierungsabweichung  $2\text{ }\mu\text{V}$  beträgt. Bei einem Spannungsbereich von  $48\text{ V}$  sind dies  $12.000.000$  Stufen. Daher ist eine Digitalauflösung sind mindestens  $24\text{ Bit}$  ( $2^{24} = 16.777.216$ ) erforderlich.

zu c) Um  $1\text{ Minute} = 60\text{ Sekunden}$  mit einer Frequenz von  $20\text{ kHz}$  und einer Digitalauflösung von  $24\text{ Bit}$  darstellen zu können, sind mindestens  $60 \cdot 24 / 8 \cdot 20.000 = 3.600.000\text{ Byte}$  erforderlich.

26. Ein ohmscher Widerstand mit einem Nennwert von  $1\text{ }\Omega$  soll unter Verwendung eines Strommessgeräts (Innenwiderstand  $1\text{ }\Omega$ ) und eines Spannungsmessgeräts (Innenwiderstand  $1\text{ M}\Omega$ ) indirekt gemessen werden.

- Geben Sie an, ob die geringere Messabweichung bei Einsatz einer Spannungsfehlerschaltung oder bei Einsatz einer Stromfehlerschaltung zu erwarten ist!
- Skizzieren Sie die von Ihnen unter a) ausgewählte Schaltung!

zu a) Zur Messung kleiner Widerstände ist die Stromfehlerschaltung geeigneter.

zu b)

